ریاضی رستمیان

۱-

$f(x)= x^3+1+3x+9x^2-9x+1+mx^2+nx+mn$ $-mx^2=10x^2 \Rightarrow m=-10$

$-n=4x \Rightarrow n=4$

$g(x)=\{(4,-10),(4,\underset{-11}{p}+1),(-9,-1),(-9,p+k)\}$ $p+k=-11+k=-1$, $k=10$

$\Rightarrow m+n+p+k=-10+4+-11+10=-7$

۲-

الف) $x-2=0 \Rightarrow x=2$

$x^4-2x^2-8=0 \Rightarrow t^2-2t-8=0 \Rightarrow (t-4)(t+2)=0 \Rightarrow x^2=4 \quad x=\pm 2$

$x^2 \neq -2$ [illegible]

	-2		2	
$x-2$	$-$		$-$ ∘	$+$
x^4-2x^2-8	$+$ ن		$-$ ن	$+$
	$-$		$+$	$+$

$\Rightarrow D_{f(x)}=(-2,2)\cup(2,+\infty)$

ب) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]}$ $4\neq 2[-x]$

$[-x]\neq 2 \rightarrow 2\leq -x<3 \Rightarrow -3<x\leq -2 \Rightarrow R-(-3,-2]$

۳-

الف) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$ $\rightarrow x(x^2-1)\geq 0 \quad x=0 \quad x=\pm 1$

$|x|+x \rightarrow x \Rightarrow x>0$

به ازای اعداد منفی صفر می‌شود

		-1		0		1	
$x(x^2-1)$	$-$	∘	$+$	∘	$-$	∘	$+$

$\Rightarrow D_f=[1,+\infty)$

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1}$ $|x-2| \rightarrow x=2$, $|x|-1 \rightarrow x\neq \pm 1$

$x\geq 2 \rightarrow x-2-x^2\geq 0 \rightarrow \varnothing$ غیرممکن

$x<2 \rightarrow -x+2-x^2\geq 0 \rightarrow -(x^2+x-2)\geq 0$

$-(x+2)(x-1)\geq 0$ $x=1$, $x=-2$

		-2		1	
$-x^2+x-2$	$-$	∘	$+$	∘	ق

$\Rightarrow D_f=[-2,1)-\{-1\}$

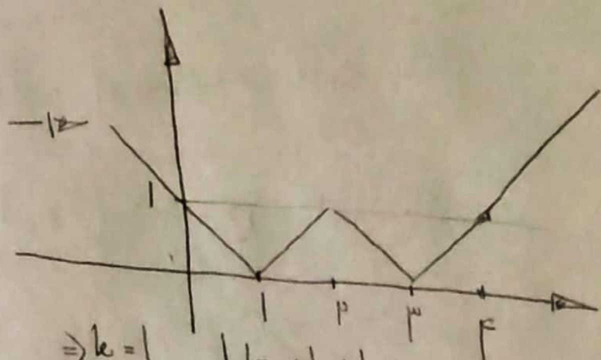
۴-

$||x-2|-1|-k=0$

$2-x-1$, $1-x$	②	$x-2-1$, $x-3$

$\Rightarrow$

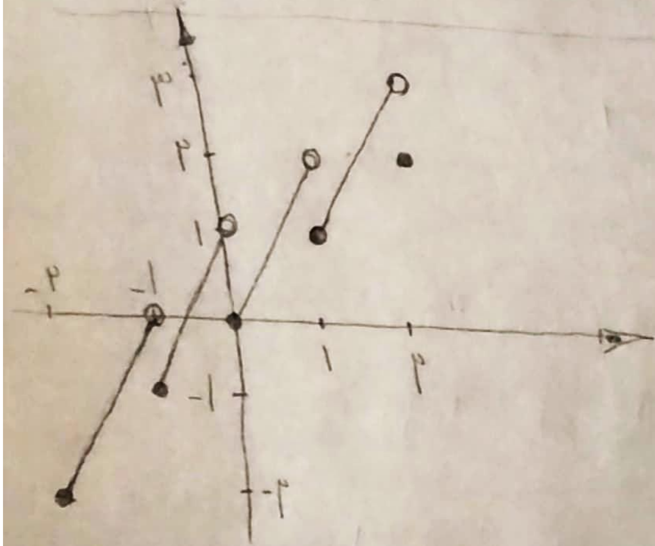
① $1-x$	② $x-1$	③ $3-x$	$x-3$
$+$	$+$	$+$	$+$



$\Rightarrow k=1 \quad ||x-2|-1|-1=0$

$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{0,2,4\}$

۵-



$y=2x-[x] \quad y'=2 \Rightarrow$ شیب

$(\log[x]\neq 0)$

$x=-2 \Rightarrow -4+2=-2$

$x=-1.9 \Rightarrow -3.8+2=-1.8$

$x=-1.1 \Rightarrow -2.2+2=-0.2$

$x=-1 \Rightarrow -2+1=-1$

$x=1 \Rightarrow 2-1=1$

$x=2 \Rightarrow 4-2=2$

۶-

$f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x+a}+b$

$x=\dfrac{x^2-4x+3+bx+ba}{x+a} \Rightarrow \cancel{x^2}+ax=\cancel{x^2}-4x+3+bx+ba$

$x=1 \Rightarrow a=-4+3+b+ba \Rightarrow a=b+ba-1 \quad a+1=b(a+1) \Rightarrow b=1,\ b=0$

$x=2 \Rightarrow 2a=-8+3+2b+ba \Rightarrow 2a=2b+ba-5 \quad 2a=-3+a \Rightarrow a=-3$

$2a=-5 \Rightarrow a=-2.5$

$\Rightarrow a-b=-3-1=-4$

$a-b=-2.5-0=-2.5 \Rightarrow$ مجموعه $a-b=\{-4,-2.5\}$

۷-

$x=2 \Rightarrow \dfrac{8+8-4}{3}=\dfrac{12}{3}=4 \Rightarrow 2+c=4 \Rightarrow c=2$

$\dfrac{a+2}{1+b}=1+2=3 \Rightarrow 3+3b=a+2 \quad \Rightarrow 3+3b=-b+5 \quad \Rightarrow b+c=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

$\dfrac{-a+2}{-1+b}=1 \Rightarrow b-1=2-a \Rightarrow a=3-b \quad \Rightarrow 4b=2 \Rightarrow b=\frac{1}{2}$

۸-

$f(۱)=\sqrt{۴-۳a}+\cancel{k}-۱=\cancel{k} \Rightarrow \sqrt{۴-۳a}-۱=۰ \Rightarrow a=۱$

$g(۱)=\sqrt{b-۴}+\underset{۲k}{\cancel{۱۳k}}=\cancel{k} \Rightarrow \sqrt{b-۶}=-۲k$

$۲f-g(۱)=۲\sqrt{\underset{۱}{\cancel{۴-۳a}}}+۲k-۲-\sqrt{\underset{-۲k}{\cancel{b-۶}}}-۳k=k \Rightarrow ۲k-\sqrt{b-۶}-\underset{-k}{\cancel{۳k}}=k \Rightarrow -\sqrt{b-۶}=۲k$

$-۳k=k$

$b-۶=۴k^۲ \Rightarrow b=۴k^۲+۶ \Rightarrow ۲k-\sqrt{۴k^۲}-۳k=k \Rightarrow -\sqrt{۴k^۲}=۲k \Rightarrow -|۲k|=۲k \quad k=۰$

$\Rightarrow b=۴ \qquad ۳a-b/۲-k=۳-۲=۱$

۹-

$g(x)=\sqrt{۲x+۲} \qquad ۲x+۲\geq ۰ \quad ۲x\geq -۲ \Rightarrow x\geq -۱$

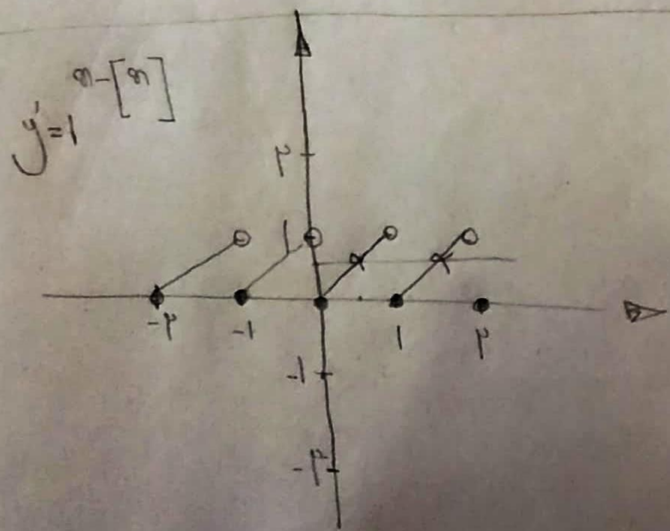
$f(۳)=\sqrt{۷-۳}+n=۲+n$

$f(x)=\sqrt{m-x}+n \Rightarrow \sqrt{m-۷}+n \Rightarrow m=۷$

$g(۳)=\sqrt{۶+۲}=۲\sqrt{۲} \Rightarrow ۲+n-۲\sqrt{۲}=۶\sqrt{۲}$

$\Rightarrow n=۸\sqrt{۲}-۲ \qquad m+n=۷+۸\sqrt{۲}-۲=۵+۸\sqrt{۲}$

۱۰-



$۱(-۱)^۲(x-[x])=۱/۲$

$\Rightarrow x-[x]=۱/۲$

$\Rightarrow$ دوره‌ای

$x=۱/۲ \Rightarrow ۱/۲-[۱/۲]=۱/۲-۰=۱/۲$

$x=۳/۲ \Rightarrow ۳/۲-[۳/۲]=۱/۲$