نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ......[illegible]......

۱۹/۷۵

۱ (۲)

$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn$

$x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 6x + 1 + mx^2 + nx + mn$

$= (10+m)x^2 + (n-4)x + (2+mn)$

تابع ثابت ⇐ ضریب x ها برابر ۰

$\Rightarrow 10+m=0 \Rightarrow m=-10$

$n-4=0 \Rightarrow n=4$

$\Rightarrow f(x) = 2 + 4\times(-10) = -38$

$g(x) = \{(4,m),(n,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\}$

$m=-10,\ n=4 \Rightarrow g(x) = \{(4,-10),(4,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\}$

$p+1=-10 \Rightarrow p=-11$

$p+2=-9 \Rightarrow (-9,-1),(-9,p+k)$

$\Rightarrow p+k=-1 \Rightarrow -11+k=-1 \Rightarrow k=10$

$\Rightarrow m+n+p+k = -10+4+(-11)+10 = -7$

۲ (۲)

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^4+2x^2-8}}$

$y = \sqrt{\dfrac{(x-2)}{(x^2-4)(x^2+2)}} = \sqrt{\dfrac{x-2}{(x-2)(x+2)(x^2+2)}}$

زیر رادیکال ≥ ۰ ، تعیین علامت:

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$x^2+2=0 \Rightarrow$ ریشه ندارد، همواره مثبت $(2,+\infty)$

$\Rightarrow D = (-2,+\infty) - \{2\}$

ب) $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]}$

مخرج $\neq 0$ ، اگر مخرج $=0$: $4-2[-x]=0$

$[-x]=2$

$\Rightarrow 2 \le -x < 3 \Rightarrow -3 < x \le -2$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - (-3,-2]$

۳ (۴)

الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$ اشتراک $D_f = [1,+\infty)$

زیر رادیکال ≥ ۰ ← صورت ← $x(x^2-1) = x(x-1)(x+1)$

تعیین علامت: $-1 \quad 0 \quad 1$: $- \ + \ - \ +$

مخرج (مخرج ≠ ۰): $x>0 \rightarrow |x|=x \rightarrow |x|+x=2x$ ✓

$x<0 \rightarrow |x|=-x \rightarrow |x|+x=0$ ✗

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1}$

زیر رادیکال ≥ ۰ $\Rightarrow x \ge 2 \Rightarrow x-2-x^2 = -(x^2-x+2)$ همواره <0 ($\Delta<0,\ a<0$)

$x<2 \Rightarrow -x+2-x^2 = -(x^2+x-2) = -(x+2)(x-1)$

تعیین علامت: $-2 \quad 1$: $- \ + \ -$

مخرج $\neq 0 \Rightarrow |x| \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1$

اشتراک $D_f = [-2,1) - \{-1\}$

۴ (۴)

$y = \dfrac{1}{||x-2|-1|-k}$ مخرج $\neq 0$ ، اگر مخرج $=0$:

$||x-2|-1| = k \rightarrow |x-2|-1 = k \rightarrow |x-2| = k+1 \rightarrow x-2 = k+1 \rightarrow x = k+3$

$\rightarrow x-2 = -k-1 \rightarrow x = -k+1$

$|x-2|-1 = -k \rightarrow |x-2| = 1-k \rightarrow x-2 = 1-k \rightarrow x = 3-k$

$\rightarrow x-2 = k-1 \Rightarrow x = k+1$

$k+3$ و $1-k$ ، $3-k$ ، $k+1$ ⇐ ۳ عدد صحیح ⇐ ۲ مورد باهم برابرند

نمی‌توانند باهم برابر باشند

$k+1 = 3-k \Rightarrow 2k = 2 \Rightarrow k=1$ قق

$k+1 = 1-k \Rightarrow 2k=0 \Rightarrow k=0$ غقق ⇐ $k=1$

$k+3 = 3-k \Rightarrow 2k=0 \Rightarrow k=0$ غقق

$k+3 = 1-k \Rightarrow 2k=-2 \Rightarrow k=-1$ غقق

۵ (۲)

$y = 2x - [x] \Rightarrow -2 \le x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow y = 2x+2$ ($-2 \to -2$ ، $-1 \to 0$)

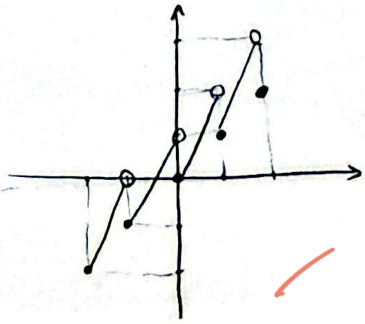
$-1 \le x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = 2x+1$ ($-1 \to -1$ ، $0 \to 1$)

$0 \le x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = 2x$ ($0 \to 0$ ، $1 \to 2$)

$1 \le x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = 2x-1$ ($1 \to 1$ ، $2 \to 3$)

$x = 2 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow y = 2x-2 \to 2$

$\Rightarrow$



ریشه ۲ $\Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow \frac{۲}{a}+b=0 \Rightarrow \frac{۲}{a}=-b \Rightarrow ۲=-ab \Rightarrow ab=-۲$

$f(1)=1 \Rightarrow \frac{0}{1+a}+b=1 \Rightarrow b=1 \Rightarrow a=-۲$ ۶

$a-b=-۲-1=\boxed{-۳}$

$x^۳+۲x^۲-x-۲ \div (x^۲-1) = x+۲$ (باقیمانده 0)

$\Rightarrow f(x)=\frac{(x^۲-1)(x+۲)}{(x^۲-1)}=x+۲,\quad x\neq \pm 1,\quad f(x)=g(x) \Rightarrow x+c=x+۲ \Rightarrow \boxed{c=۲}$

پس $b+c=\boxed{۲.۵}$ ۷

$f(x)=\frac{ax+۲}{x+b},\ x=\pm1,\ f(x)=g(x) \Rightarrow \frac{ax+۲}{x+b}=x+۲$

$x=+1:\ \frac{a+۲}{1+b}=۳ \Rightarrow a+۲=۳+۳b \Rightarrow a=1+۳b$

$x=-1:\ \frac{-a+۲}{-1+b}=1 \Rightarrow ۲-a=b-1 \Rightarrow a+b=۳$

$\Rightarrow ۴b+1=۳ \Rightarrow \boxed{b=0.5},\ \boxed{a=۲.۵}$

$f(1)=\sqrt{۴-۳a}+k-1$

$g(1)=\sqrt{b-۴}+۲k$

$D_{۲f-g}=D_f\cap D_g=\{1\} \Rightarrow \frac{۳a}{۴}=\frac{b}{۴}=1 \Rightarrow \boxed{a=\frac{۴}{۳}},\ \boxed{b=۴}$

زیر رادیکال ≥ 0: $۴x-۳a\geq 0,\ x\geq\frac{۳a}{۴}$ — زیر رادیکال ≥ 0: $b-۴x\geq 0,\ x\leq\frac{b}{۴}$

$\Rightarrow ۲f(1)-g(1)=k$ ۸

$۲\sqrt{۴-۴}+۲k-۲-\sqrt{۴-۴}-۲k=k$

$-۲-k=k \Rightarrow \boxed{k=-1}$

پس $۳a-\frac{b}{۲}-k=۳\times\frac{۴}{۳}-\frac{۴}{۲}-(-1)=۴-۲+1=\boxed{۳}$

$D_{f+g}=D_f\cap D_g=[-1,۷] \Rightarrow m=۷$

$m-x\geq 0,\ m\geq x$ ؛ $۲x+۲\geq 0,\ x\geq -1$

$\Rightarrow m+n=۷+۸\sqrt{۲}-۲=\boxed{۵+۸\sqrt{۲}}$ ۹

$\sqrt{\frac{۷-۳}{۲}}+n-\sqrt{\frac{۴+۴}{۱۶}}=۶\sqrt{۲} \Rightarrow n=۸\sqrt{۲}-۲$

$y=\underbrace{(-1)^۲}_{1}(x-[x])=\frac{1}{۲}$

پس $y=x-[x]$ و $y=\frac{1}{۲}$:

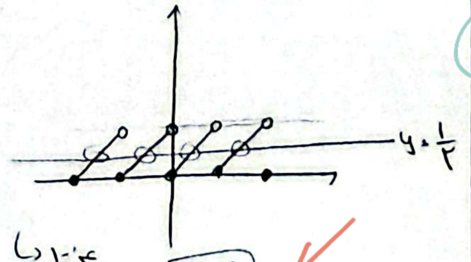
$-۲\leq x<-1 \rightarrow [x]=-۲ \Rightarrow y=x+۲$ ($-۲\to 0$، $-1\to 1$)

$-1\leq x<0 \rightarrow [x]=-1 \Rightarrow y=x+1$ ($-1\to 0$، $0\to 1$)

$0\leq x<1 \rightarrow [x]=0 \Rightarrow y=x$ ($0\to 0$، $1\to 1$)

$1\leq x<۲ \rightarrow [x]=1 \Rightarrow y=x-1$ ($1\to 0$، $۲\to 1$) ۱۰

$x=۲ \rightarrow [x]=۲ \Rightarrow y=x-۲ \rightarrow 0$

$\Rightarrow$ 

۴ نقطه برخورد $\Rightarrow$ ۴ جواب