تکالیف ریاضی آدرینا حسینی گروه دوازدهم تجربی گروه دختر A ⑰ تکلیف شماره ۲

**۱**

$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn$ → تابع ثابت

$x^2+2x+1+9x^2-6x+1+mx^2+nx+mn \longrightarrow (10+m)x^2+(n-4)x+2+mn$

$m=-10$ ✓ $n=4$ ✓ $mn=-40$

$g(x) = \{(2,m),(n,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\}$

$m=-10$, $n=4$, $p+1=-10$, $\boxed{p=-11}$ ✓, $p+2=-9$

$p+k=-1$, $p=-11 \longrightarrow \boxed{k=+10}$ ✓

$m+n+p+k = -10+4-11+10 = \boxed{-7}$ ✓

۲

---

**۲**

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}}=\sqrt{\dfrac{x-2}{(x^2-4)(x^2+2)}}=\sqrt{\dfrac{x-2}{(x-2)(x+2)(x^2+2)}}=\sqrt{\dfrac{1}{(x+2)(x^2+2)}}$ ; $R-\{+2\}$

$\dfrac{1}{(x+2)(x^2+2)} \geq 0 \longrightarrow x+2>0 \longrightarrow x>-2 \longrightarrow D_f=(-2,+\infty)-\{2\}$ ✓

ب) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \longrightarrow [-x]=2 \longrightarrow 2\leq -x<1 \longrightarrow -2\geq x\geq -1 \longrightarrow R-(-2,-1]$ ; $D_f$

0/5

یعنی $-3 < x \leq -2$

۱/۵

---

**۳**

الف) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x(x^2-1)}{|x|+x}} \longrightarrow \dfrac{x(x+1)(x-1)}{|x|+x} \longrightarrow \dfrac{\cancel{x}(x+1)(x-1)}{2\cancel{x}} \geq 0$

$|x|+x$ : $x \neq \{R^-,0\}$

$\begin{array}{ccccc} & -1 & & 1 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

جز شرط اصل نیست

$D_f=(1,+\infty)$ ✓

۱/۵

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \longrightarrow x\neq\pm1$ و $|x-2|-x^2\geq 0$

$\longrightarrow x-2\geq x^2 \longrightarrow x^2-x+2\leq 0$ ; $\Delta<0$, $a>0$ → برقرار نیست

$x^2+x-2\leq 0$

$\longrightarrow x-2\leq -x^2 \longrightarrow x^2+x-2\geq 0$ ; $(x+2)(x-1)$

$\begin{array}{ccccc} & -2 & & 1 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

باید ۲ شرط رعایت شود ← $D_f=(-\infty,-2]\cup(1,+\infty)$

0/5

$D_f=[-2,1)-\{-1\}$

---

**۴**

$y=\dfrac{1}{||x-2|-1|-k}$ → $||x-2|-1|\neq k$ ; $\boxed{k=1}$

$|x-2|-1\neq k \longrightarrow |x-2|\neq k+1$
- $x-2\neq -k-1 \to x\neq -k+1$
- $x-2\neq k+1 \to x\neq k+3$

تساوی: $-k+1=k+3$, $2k=-2$, $k=-1$ ✗

$|x-2|-1\neq -k \longrightarrow |x-2|\neq 1-k$
- $x-2\neq 1-k \to x\neq 3-k$
- $x-2\neq k-1 \to x\neq k+1$

تساوی: $3-k=k+1$, $2k=2$, $k=1$ ✓

۲

---

**۵**

$y=2x-[x]$

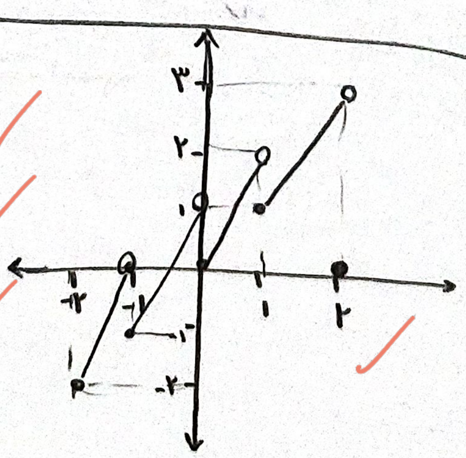
$-2\leq x<-1 \xrightarrow{[x]=-2} 2x+2$ $\begin{array}{c|c} -2 & -1 \\ \hline -2 & 0 \end{array}$ ✓

$-1\leq x<0 \xrightarrow{[x]=-1} 2x+1$ $\begin{array}{c|c} -1 & 0 \\ \hline -1 & 1 \end{array}$ ✓

$0\leq x<1 \xrightarrow{[x]=0} 2x$ $\begin{array}{c|c} 0 & 1 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$ ✓

$1\leq x<2 \xrightarrow{[x]=1} 2x-1$ $\begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ \hline 1 & 3 \end{array}$ ✓

$x=2 \xrightarrow{[x]=2} 2x-2 \to$ ⊙ ✓



۲

$\boxed{۶}$ ۲

$f(x)=\frac{x^۲-۴x+۳}{x+a}+b \to \frac{(x-۱)(x-۳)}{x+a}+b$

$\xrightarrow{a=-۳} \frac{(x-۱)\cancel{(x-۳)}}{\cancel{x-۳}}+b \to b=۱$

$\xrightarrow{a=-۱} \frac{\cancel{(x-۱)}(x-۳)}{\cancel{x-۱}}+b \to b=۳$

$\to a-b$: $\to -۳-۱=-۴$ ✓ ; $\to -۱-۳=-۴$ ✓

---

$\boxed{۷}$ ۲

$f(x)=\begin{cases} \frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱} & x\neq\pm۱ \\ \frac{ax+۲}{x+b} & x=\pm۱ \end{cases}$

$\to \frac{x^۲(x+۲)-(x+۲)}{x^۲-۱}=\frac{\cancel{(x^۲-۱)}(x+۲)}{\cancel{(x^۲-۱)}}=x+۲$

$\xrightarrow{x=۱} \frac{a+۲}{۱+b}=۳ \to ۳+۳b=a+۲ \to \cancel{۳}+۳b=\cancel{۳}-b+۲ \to ۴b=۲ \to b=\frac{۱}{۲}$ ✓

$\xrightarrow{x=-۱} \frac{-a+۲}{-۱+b}=۱ \to -a+۲=-۱+b \to a+b=۳ \to a=\frac{۵}{۲}$ ✓ ; $\to ۳-b=a$

$g(x)=x+\textcircled{c} \to c=۲$ ✓ $\to x+۲ \xrightarrow{x=۱} ۳$ ; $\xrightarrow{x=-۱} ۱$

$\to b+c=\frac{۱}{۲}+۲=\boxed{\frac{۵}{۲}}$ ✓

---

$\boxed{۸}$ ۰

$f(x)=\sqrt{۴x-۳a}+k-۱ \xrightarrow{x=۱} ۲\sqrt{۱-۳a}+۲k-۲$

$g(x)=\sqrt{b-۴x}+۳k \xrightarrow{x=۱} \sqrt{b-۴}+۳k$

$۲f-g\ \{(۱,k)\}$

---

$\boxed{۹}$ ۲

$f(x)=\sqrt{m-x}+n \to m-x\geq۰ \to x\leq m \to m=۷$

$g(x)=\sqrt{۲x+۲} \to D_g=۲(x+۱)\geq۰ \to x\geq-۱$ $\to m+n=۸\sqrt{۲}-۲+۷=\boxed{۸\sqrt{۲}+۵}$ ✓

$D_{f\times g}=[-۱,۷] \to$ (اشتراک ۲ تا)

$f-g(۳)=۹\sqrt{۲} \to \cancel{\sqrt{\frac{۷-۳}{۲}}}+n-\sqrt{۲(۳)+۲}=۲+n-\sqrt{۸} \Rightarrow ۲+n-۲\sqrt{۲}=۹\sqrt{۲} \to ۲+n=۸\sqrt{۲}$ ; $n=۸\sqrt{۲}-۲$ ✓

---

$\boxed{۱۰}$ ۲

$y=(x-[x])=\frac{۱}{۲}$

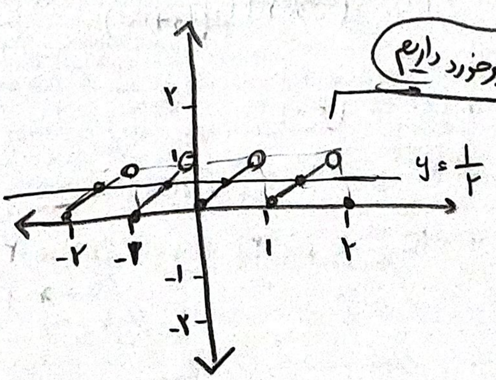
$-۲\leq x<-۱ \xrightarrow{[x]=-۲} x+۲$ $\begin{array}{c|c} -۲ & -۱ \\ \hline ۰ & ۱ \end{array}$

$-۱\leq x<۰ \xrightarrow{[x]=-۱} x+۱$ $\begin{array}{c|c} -۱ & ۰ \\ \hline ۰ & ۱ \end{array}$

$۰\leq x<۱ \xrightarrow{[x]=۰} x$ $\begin{array}{c|c} ۰ & ۱ \\ \hline ۰ & ۱ \end{array}$

$۱\leq x<۲ \xrightarrow{[x]=۱} x-۱$ $\begin{array}{c|c} ۱ & ۲ \\ \hline ۰ & ۱ \end{array}$

$x=۲ \xrightarrow{[x]=۲} ۲-۲=۰$



۴ تا نقطه برخورد داریم ✓