هلیا نائلی - دوازدهم دختر A

① ضابطه تابع ثابت $f(x)=K$ است حالا اگر از تابع ثابت مشتق بگیریم جواب صفر می‌شود پس از ضابطه داده شده مشتق می‌گیریم و برابر صفر قرار می‌دهیم 8

چون مشتق عدد صحیح ۰ است

$f(x)=(x+1)^۲+(۳x-1)^۲+mx^۲+nx+mn$

$x^۲+1+۲x+۹x^۲+1-۶x+mx^۲+nx+mn \to x^۲(10+m)+x(n-۴)+mn+۲$

$\xrightarrow[\text{مشتق}]{=0} x(10+m)+(n-۴) \xrightarrow{=0} \boxed{m=-10}$ $\boxed{n=۴}$

$g(x)=\{\underbrace{(۴,m)(n,p+1)}_{(۴,-10)\ (۴,p+1)}\underbrace{(p+۲,-1)(-۹,p+k)}_{(-۹,-1)\ (-۹,k-11)}\}$

$\to p+1=-10$ $\boxed{p=-11}$ $\qquad k-11=-1$ $\boxed{k=10}$

$m+n+p+k=?$ $-10+۴-11+10=\boxed{-۶}$

---

② مخالف → ۲

الف) $y=\sqrt{\frac{x-۲}{x^۴-۲x^۲-۸}}$ $\quad \frac{x-۲}{x^۴-۲x^۲-۸}\geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$ $-۲ \quad ۲$: $- \mid + \mid +$

$x^۴-۲x^۲-۸ \xrightarrow{x^۲=t} t^۲-۲t-۸=0$ $\quad (t-۴)(t+۲) \to t=۴$ $\quad x^۲=۴$ $\quad x=\pm ۲$

$\to t=-۲$ $\quad x^۲=-۲$ ✗

دامنه $=(-۲,+\infty)$

ج) $f(x)=\frac{۲x^۲+1}{۴-۲[-x]} \to ۴-۲[-x]\neq 0 \xrightarrow{\text{حذف}} ۴-۲[-x]=0$ $\quad ۲[-x]=۴$ $\quad [-x]=۲$

$[x]=۲$ $\quad ۲\leq x<۳ \longrightarrow -۲\geq -x>-۳$ $\quad Df=\mathbb{R}-(-۳,-۲]$

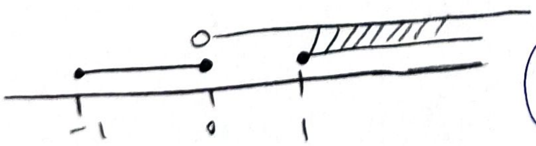
---

③ الف) $f(x)=\frac{\sqrt{x(x^۲-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$

$\to x(x^۲-1)\geq 0$ $\quad -1 \quad 0 \quad 1$: $- \mid + \mid - \mid +$ $\to$ ① $[-1,0]\cup[1,+\infty)$

$\to |x|+x>0 \xrightarrow[\text{داخلش کار می‌کند}]{\text{تنها عدد +}} \mathbb{R}^+ \to$ ② $(0,+\infty)$

①∩②



$Df=[1,+\infty)\cup\{0\}$

ب) $f(x)=\frac{\sqrt{|x-۲|-x^۲}}{|x|-1}$

$\to |x-۲|-x^۲\geq 0$ $\quad x^۲\leq |x-۲|$ $\quad x-۲\geq x^۲$ $\quad x^۲-x+۲\leq 0$

همواره برقرار چون $\Delta<0$

$x-۲\leq -x^۲$ $\quad x^۲-x-۲\leq 0$

$-1 \quad ۲$: $+ \mid - \mid +$

② $[-1,۲]$

$\to |x|-1\neq 0$ ① $x\neq \pm 1$

①∩② $Df=[-1,۲]$

(۴)

$$y=\frac{۱}{||x-۲|-۱|-k} \rightarrow ||x-۲|-۱|-k=۰ \quad ||x-۲|-۱|=k$$

$|x-۲|-۱=k \quad |x-۲|=k+۱ \rightarrow x-۲=k+۱ \;,\; x-k=۳$ $\quad 2x=۴$
$x-۲=-k-۱ \quad x+k=۱ \quad x=۲ \rightarrow k=-۱$

$|x-۲|-۱=-k \quad |x-۲|=۱-k$
$\hookrightarrow x-۲=۱-k \quad x+k=۳ \quad ۲x=۴$
$x-۲=k-۱ \quad x-k=۱ \quad x=۲ \rightarrow k=۱$

$K=-۱ \rightarrow ||x-۲|-۱|-۱=۰ \quad ||x-۲|-۱|=۱ \rightarrow |x-۲|-۱=۱ \quad |x-۲|=۲ \rightarrow x-۲=۲ \rightarrow \boxed{۴}$ $\quad x-۲=-۲ \rightarrow \boxed{۰}$
$\hookrightarrow |x-۲|-۱=-۱ \quad |x-۲|=۰ \quad x-۲=۰ \rightarrow \boxed{۲}$

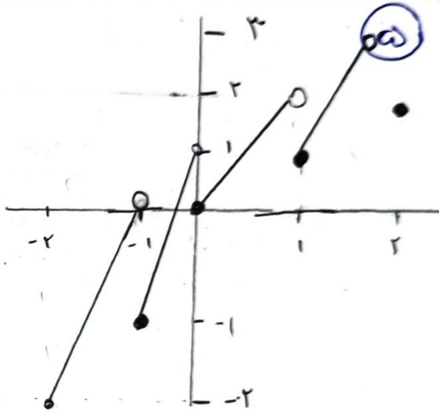
پس مقدار k همان ۱- است ← زیرا درازای آن ۳ عدد صحیح مخرج را صفر کرد

---

(۵)

$y=۲x-[x]$
$D_f=[-۲,۲] \xrightarrow[\text{بازه بندی}]{\text{به روش}}$

$-۲ \le x < -۱$	$۲x+۲$	-۲ -۲	-۱ ۰
$-۱ \le x < ۰$	$۲x+۱$	-۱ -۱	۰ ۱
$۰ \le x < ۱$	$۲x$	۰ ۰	۱ ۲
$۱ \le x < ۲$	$۲x-۱$	۱ ۱	۲ ۳
$x=۲$	$۲x-۲$	۲ ۲	



---

(۶)

$$f(x)=\frac{x^۲-۴x+۳}{x+a}+b \qquad \frac{x^۲-۴x+۳+bx+ba}{x+a}=x$$

تابع همانی ⇐ $f(x)=x$

$x^۲+x(b-۴)+۳+ba=x^۲+ax \rightarrow b-۴=a$
$۳+ba=۰ \rightarrow ۳+b(b-۴)=۰ \quad ۳+b^۲-۴b=۰$
جمع ضرایب
$b_۱=۱$
$b_۲=۳$

$b=۱ \rightarrow a=-۳$
$b=۳ \rightarrow a=-۱$
$a-b \rightarrow -۳-۱ \rightarrow \boxed{-۴}$
$-۱-۳$

---

(۷)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱} & x\neq\pm۱\\[2mm] \dfrac{ax+۲}{x+b} & x=\pm۱\end{cases} \quad , g(x)=x+c$$

$$\frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱}$$

$$\begin{array}{l|l} x^۳+۲x^۲-x-۲ & x+۲ \\ -x^۳ \pm ۲x^۲ & x^۲-۱ \\ \hline -x-۲ & \\ +x+۲ & \end{array}$$

$$\frac{(x+۲)(\cancel{x^۲-۱})}{(\cancel{x^۲-۱})}=x+۲ \xrightarrow{f(x)=g(x)} x+۲=x+c \quad c=۲$$

ادامه $\rightarrow x=۱ \rightarrow f(۱)=۱+۲ \rightarrow ۳ \xrightarrow{x=۱} \dfrac{a+۲}{۱+b}=۳ \quad ۳+۳b=a+۲$

$x=-۱ \longrightarrow f(-۱)=-۱+۲ \rightarrow ۱ \xrightarrow{x=-۱} \dfrac{-a+۲}{b-۱}=۱ \quad b-۱=۲-a$

$a-۳b=۱$
$-a-b=-۳$

$b+c=? \quad \frac{۱}{۲}+۲=\boxed{\frac{۵}{۲}} \quad a=\frac{۵}{۲} \;,\; b=\frac{۱}{۲} \xleftarrow[\text{دستگاه}]{\text{حل}}$

⑧

$f(x) = \sqrt{۴x - ۳a} + k - ۱$ $۲f - g \{(۱,k)\}$ $۲\sqrt{۴x - ۳a} + ۲k - ۲ - g\{\sqrt{b - ۴x} + ۲k\}$

$g(x) = \sqrt{b - ۴x} + ۳k$

$\to ۲\sqrt{۴x - ۳a} + \cancel{۲k} - ۲ - \sqrt{b - ۴x} - \cancel{۲k}$ $۲\sqrt{۴x - ۳x} - \sqrt{b - ۴x} - ۲$

---

⑨

$f(x) = \sqrt{m - x} + n$ $f - g(۳) = ۶\sqrt{۲}$

$g(x) = \sqrt{۲x + ۲}$ $D_{f \times g} = [-۱,۷]$

$D_{f \times g} = D_f \cap D_g$ $m - x \geq ۰$ $\boxed{x \leq m}$ $\longrightarrow D_{f \times g} = [-۱,m] \to m = ۷$

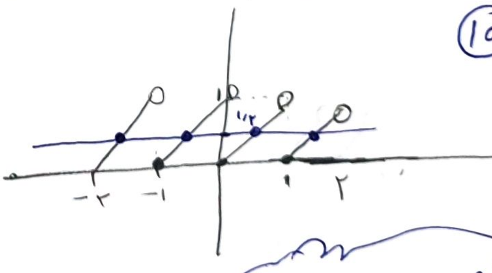
$۲x + ۲ \geq ۰$ $۲x \geq -۲$ $\boxed{x \geq -۱}$

$f - g(۳) = ۶\sqrt{۲}$ $f = ۴\sqrt{۲} + g(۳)$ $۶\sqrt{۲} + \sqrt{۸} = f$ $\sqrt{۷ - x} + n = ۸\sqrt{۲}$

---

⑩

$y = (-۱)^{۲}(x - [x]) = \frac{۱}{۲} \to \underset{①}{x} - [x] = \underset{②}{\frac{۱}{۲}}$



۴ جواب دارد