Year. Month. Date.

مریم توکلی   دوازدهم A دفتر   تکالیف سری ۲

سوال ۱)

$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn$ تابع ثابت

$g(x) = \{(4, m), (4, p+1), (p+2, -1), (-9, p+k)\}$

$m+n+p+k = ?$

$f(x) = x^2+2x+1+9x^2-6x+1+mx^2+nx+mn$

$\Rightarrow (1+9+m)x^2 + (2-6+n)x + mn+2 = f(x)$

در تابع ثابت داریم $f(x)=k$ بنابراین ضرایب x^2 و x باید صفر باشند:

$\Rightarrow 10+m=0 \Rightarrow \underline{m=-10}$ $n-4=0 \Rightarrow \underline{n=4}$

$g(x)$ تابع است پس:

$(4, m) = (4, p+1) \Rightarrow -10 = p+1 \Rightarrow \underline{p=-11}$

$(-9, -1) = (-9, p+k) \Rightarrow -11+k = -1 \Rightarrow \underline{k=10}$

$\Rightarrow m+n+p+k \Rightarrow -10+4-11+10 = \boxed{-7}$

سوال ۲)

الف) $\sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} \rightarrow \sqrt{\dfrac{x-2}{(x^2-4)(x^2+2)}} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{x-2}{(x-2)(x+2)(x^2+2)}}$ ریشه $=2$

2 ، -2 ، ریشه ندارد همواره مثبت

مضاعف *

	-2		2	
$-$	$\emptyset$	$+$	$\emptyset$	$+$

$\Rightarrow \boxed{D_f = (-2, +\infty)}$

ب) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{4-2[x]} \rightarrow 4-2[x]\neq 0 \Rightarrow 2[x]\neq 4 \Rightarrow [x]\neq 2$

$\Rightarrow x\notin [2,3) \rightarrow \boxed{D_f=\mathbb{R}-[2,3)}$

سوال ۳)

الف) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \longrightarrow x(x-1)(x+1)$

ریشه‌ها: 0 ، 1 ، -1

-1	0	1
$-$ $+$	$-$	$+$

$x\in[-1,0]\cup[1,+\infty)$ (۲)

$|x|+x$:
- $x>0$: $2x$ ق ق $\rightarrow x\in(0,+\infty)$ (۱)
- $x=0$: 0
- $x<0$: 0

} → چون در مخرج است قابل قبول نیست

$D_f=(1)\cap(2) \Rightarrow \big[[-1,0]\cup[1,+\infty)\big]\cap(0,+\infty) = \boxed{[1,+\infty)}$

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \rightarrow |x|-1\neq 0 \Rightarrow |x|\neq 1 \Rightarrow x\neq \pm 1$

صورت $\rightarrow |x-2|-x^2\geq 0 \Rightarrow |x-2|\geq x^2 \xrightarrow{(1)} x-2\geq x^2$

$\Rightarrow x^2-x+2\leq 0$ ، $\Delta<0$ ریشه ندارد و همواره مثبت است!

(۲) $\rightarrow -x+2\geq x^2$

$\Rightarrow x^2+x-2\leq 0 \Rightarrow (x-1)(x+2)\leq 0$

ریشه‌ها: 1 ، -2

-2	1
$+$ $-$	$+$

$\rightarrow x\in[-2,1]$

$\boxed{D_f=[-2,1]-\{\pm 1\}}$

سوال ٤)

$y = \frac{1}{||x-2|-1|-k}$

$||x-2|-1| \neq k \Rightarrow |x-2|-1 \neq \pm k$

$\rightarrow x-2 \neq k+1$

$\downarrow x-2 \neq 1-k$

$x-2 \neq k+1 \Rightarrow x \neq k+3$

$x-2 \neq -k-1 \Rightarrow x \neq 1-k$

$x-2 \neq 1-k \Rightarrow x \neq 3-k$

$x-2 \neq k-1 \Rightarrow x \neq k+1$

$\xrightarrow[\text{در دامنه نباشند}]{\text{سه عدد می‌خواهند}} 3-k = k+1 \Rightarrow \boxed{k=1}$

* اگر k ۱- باشد جواب قدر مطلق منفی خواهد بود پس $k \neq -1$

* اگر k صفر باشد عوض به جای ۳ ریشه، ۲ ریشه خواهد داشت پس $k \neq 1$

سوال ۵)

$y = 2x - [x] \quad [-2, 2]$

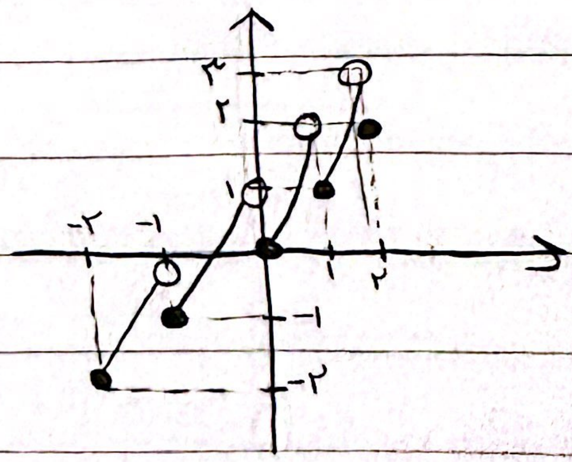
$x \in [-2,-1) \xrightarrow{[x]=-2} 2x-(-2) = 2x+2$; $-2 \rightarrow -2$, $-1 \rightarrow 0$

$x \in [-1,0) \xrightarrow{[x]=-1} 2x-(-1) = 2x+1$; $-1 \rightarrow -1$, $0 \rightarrow 1$

$x \in [0,1) \xrightarrow{[x]=0} 2x$; $0 \rightarrow 0$, $1 \rightarrow 2$

$x \in [1,2) \xrightarrow{[x]=1} 2x-1$; $1 \rightarrow 1$, $2 \rightarrow 3$

$x=2 \xrightarrow{[x]=2} 2$



Subject:
Year. Month. Date.

سوال ۶) $f(x)=\frac{x^2-6x+5}{x+a}+b$ $f(x)=x$ خط مجانب دارد

$\frac{(x-1)(x-5)}{x+a}=x-b \rightarrow (x-1)(x-5)=(x-b)(x+a)$

$\Rightarrow x^2-6x+5=x^2+(a-b)x-ab \begin{cases} \rightarrow ab=-5 \\ \rightarrow \boxed{a-b=-6} \end{cases}$

سوال ۷)

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} & x\neq\pm1 \\ \frac{ax+2}{x+b} & x=\pm1 \end{cases}$$

$g(x)=x+c \quad b+c=?$

$f(x)=\frac{x(x^2-1)+2(x^2-1)}{x^2-1}=x+2$

$\Rightarrow f(x)=g(x)=x+2 \Rightarrow c=2$

$f(1)=g(1) \Rightarrow \frac{a+2}{1+b}=3 \rightarrow 3+3b=a+2 \rightarrow 3b-a=-1$

$f(-1)=g(-1) \Rightarrow \frac{2-a}{b-1}=1 \rightarrow b-1=2-a \rightarrow a+b=3$

$b=\frac{1}{2}$

$b+c=2+\frac{1}{2}=\boxed{2/5}$

سوال ۸) $f(x)=\sqrt{4x-12a}+k-1 \quad g(x)=\sqrt{b-4x}+3k$

$2f-g\{(1,k)\} \quad 3a-\frac{b}{2}-k=?$

$D_{2f-g}\{1\} \rightarrow \frac{b}{4}=\frac{12a}{4}=1 \begin{cases} \rightarrow b=4 \\ \rightarrow a=\frac{4}{12} \end{cases}$

$D_f \Rightarrow 4x-12a\geq 0 \Rightarrow x\geq \frac{12a}{4}$

$D_g \Rightarrow b-4x\geq 0 \Rightarrow x\leq \frac{b}{4}$

$2f-g(1)=k \longrightarrow 2f(1)-g(1)=k \Rightarrow 2(0+k-1)-(0+2k)=k$

$\Rightarrow 2k-2-2k=k \Rightarrow \underline{k=-1}$

$2a-\frac{b}{2}-k=2\left(\frac{3}{2}\right)-\frac{3}{2}-(-1)=3-2+1=\boxed{3}$

سوال 9) $f(x)=\sqrt{x-m}+n \quad g(x)=\sqrt{2x+2} \quad D_{f\times g}=[-1,7]$

$f-g(2)=4\sqrt{2} \quad m+n=?$

$D_g=(-1,+\infty) \longrightarrow D_f \cap D_g=[-1,7]$

$D_f \longrightarrow x-m\geq 0 \Rightarrow x\geq m \longrightarrow D_f=[m,+\infty)$ $\quad \underline{m=7}$

$f(2)-g(2)=4\sqrt{2} \Rightarrow f(2)=5\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{7-m}+n=5\sqrt{2}$

$g(2)=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ $\quad \Rightarrow n+2=5\sqrt{2} \Rightarrow \underline{n=5\sqrt{2}-2}$

$\Rightarrow m+n=7+5\sqrt{2}-2=\boxed{5+5\sqrt{2}}$

سوال 10)

$y=\underbrace{(-1)^2}_{1}(x-[x])=\frac{1}{2} \quad [-2,2]$

$\Rightarrow x-[x]=\frac{1}{2}$

$x\in[-2,-1) \xrightarrow{[x]=-2} y=x+2$

$x\in[-1,0) \xrightarrow{[x]=-1} y=x+1$

$x\in[0,1) \xrightarrow{[x]=0} y=x$

$x\in[1,2) \xrightarrow{[x]=1} y=x-1$

$x=2 \longrightarrow y=0$