۱۷/۷۵

«مبینا هاتف الحسینی» «دوازدهم تجربی A . حجره»

۱ـ

$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn \rightarrow$ تابع ثابت

$f(x) = x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 6x + 1 + mx^2 + nx + mn$

$f(x) = (10+m)x^2 + (n-4)x + 2 + mn$

۲

چون تابع $f(x)$ ثابت است پس: $\boxed{m=-10}$ ✓ و $\boxed{n=4}$ ✓

$g(x) = \{(4,m), (n,p+1), (p+2,-1), (-9,p+k)\}$

$-11+2=-9$

$g(x) = \{(\underset{=}{4},-10), (\underset{=}{4},p+1), (\boxed{p+2},-1), (-9,p+k)\}$

چون $g(x)$ تابع است پس: $p+1=-10 \rightarrow \boxed{p=-11}$ ✓

$p+k=-1 \xrightarrow{p=-11} -11+k=-1 \rightarrow \boxed{k=10}$ ✓

$\Rightarrow m+n+p+k = (-10)+(4)+(-11)+10 = -7$ ✓

۲ـ

۱/۷۵

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}}$ ✓ $\rightarrow \dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8} \geq 0$

$\rightarrow x=2$

$\xrightarrow{(*)} x=\pm 2$

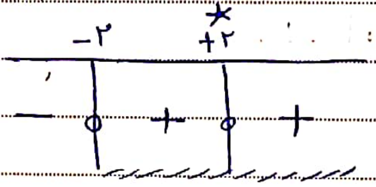
$(*)\ x^4-2x^2-8=0$

$\xrightarrow{x^2=t} t^2-2t-8=0$

$(t-4)(t+2)=0$

$t=4 \quad t=-2$ غ ق ق ✓

$\rightarrow x=\pm 2$ ✓



$\Rightarrow D_f = [-2,+\infty) - \{2\}$

ب) $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]}$ ✓ $\Rightarrow 4-2[-x] \neq 0$ ← مخرج کسر نباید صفر شود پس:

$4 \neq 2[-x] \Rightarrow [-x] \neq 2 \rightarrow 2 \leq -x < 3$

$D_f = \mathbb{R} - (-3,-2]$ ✓ $\quad -2 \geq x > -3$ ✓

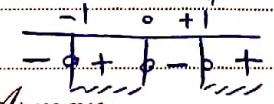
۳ـ

۲

الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$

$0 \quad \pm 1$

$x(x^2-1) \geq 0$ (I)

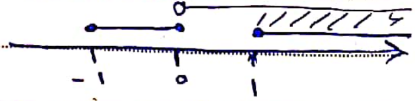


$x \in [-1,0] \cup [1,+\infty)$ ✓

$|x|+x > 0$ (II) $\rightarrow$

$x \in (0,+\infty)$ ✓

$(I) \cap (II) =$



$\boxed{\text{جواب نهایی} \Rightarrow D_f = [1,+\infty)}$ ✓

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2| - x^2}}{|x|-1}$

مخرج نباید صفر شود:

$|x-2| - x^2 \geq 0 \quad (I)$

$\xrightarrow{x \geq 2} (x-2) - x^2 = 0$

$-x^2 + x - 2 = 0$

$\Delta = 1 - 8 < 0$

فاقد ریشه

$\xrightarrow{x < 2} 2 - x - x^2 = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

$\Delta = 1 + 8 = 9$

$x = \dfrac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} x = 1 \checkmark \\ x = -2 \checkmark \end{cases}$

	-2		1	
$-$	0	$+$	0	$-$

$[-2, 1]$ ✓

$|x| - 1 \neq 0 \quad (II)$

$|x| \neq 1 \rightarrow x \neq \pm 1$

$\Rightarrow (I) \cap (II) =$

$[-2, 1] - \{\pm 1\}$

$\Rightarrow D_f = [-2, -1) \cup (-1, +1)$ *

جواب نهایی ✓

۴ـ دامنه تابع شامل اعدادی نیست که در ازای آنها مخرج صفر شود:

②

$y = \dfrac{1}{\big||x-2|-1\big| - k}$

$\big||x-2| - 1\big| - k = 0$

① $\xrightarrow{x \geq 2} |x-2| = x-2$

$|x-3| = k$

$x - 3 = k \rightarrow x = k+3 \geq 2 \rightarrow k \geq -1$

$x - 3 = -k \rightarrow x = 3-k \geq 2 \rightarrow k \leq 1$

پس: $-1 \leq k \leq 1$ ✓

② $\xrightarrow{x < 2} |x-2| = 2-x \rightarrow |2 - x - 1| = k$ ✓

$|1-x| = k$

$1 - x = k \rightarrow x = 1-k < 2 \rightarrow -1 < k$

$1 - x = -k \rightarrow x = 1+k < 2 \rightarrow k < 1$

$\Big\} -1 < k < 1$

با امتحان کردن مقادیر به دست آمده برای k متوجه می‌شوم تنها به ازای $k = 1$ برای x ۲ مقدار به دست می‌آید پس $\boxed{k = 1}$ ✓

۵ـ

②

$y = 2x - [x] \rightarrow x \in [-2, 2]$

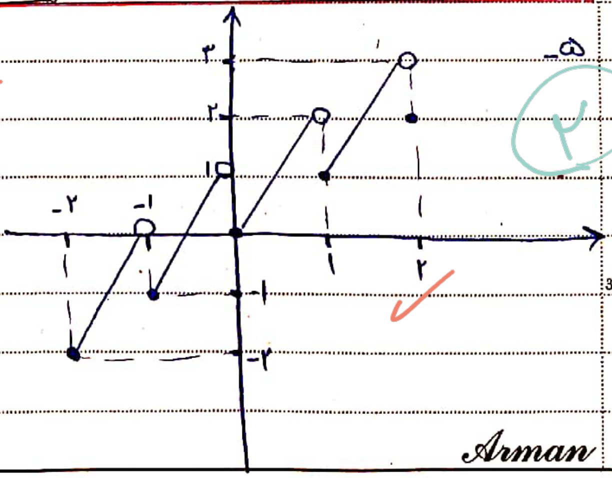
$-2 \leq x < -1 \longrightarrow [x] = -2 \rightarrow y = 2x + 2$ ✓

$-1 \leq x < 0 \longrightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 2x + 1$ ✓

$0 \leq x < 1 \longrightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 2x$ ✓

$1 \leq x < 2 \longrightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 2x - 1$ ✓

$x = 2 \longrightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 2x - 2$ ✓



۶- تابع f همانی است

$$f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x+a}+b$$

چون همانی است

$$f(x)=\frac{x^2-4x+3+bx+ab}{x+a}=x$$

$x = \frac{(x-1)(x-3)}{x+a}+b \to a=-3 \to b=1$

$\to a=-1 \to b=3$

$a+b=-4$ [illegible]

$$\cancel{x^2}-4x+3+bx+ab=\cancel{x^2}+ax$$

$$(b-4)x+3+ab=ax$$

$$\Rightarrow ab=-3 \quad , \quad b-4=a \quad \Rightarrow x^2-Sx+P=0$$

$$P=-3 \qquad a+b=4 \qquad x^2-4x-3=0$$

$$S=4$$

$$\Delta=16+12=28$$

$$x=\frac{4\pm 2\sqrt{7}}{2}\to x=\frac{\cancel{2}(2\pm\sqrt{7})}{\cancel{2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=2+\sqrt{7} \\ b=2-\sqrt{7} \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} a=2-\sqrt{7} \\ b=2+\sqrt{7} \end{cases}$$

$$a-b=\cancel{2}+\sqrt{7}-\cancel{2}+\sqrt{7} \qquad a-b=\cancel{2}-\sqrt{7}-\cancel{2}-\sqrt{7}$$

$$a-b=2\sqrt{7} \qquad a-b=-2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow a-b=\{2\sqrt{7}, -2\sqrt{7}\}$$

۷

۴

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} & ; x\neq\pm1 \\[2ex] \dfrac{ax+2}{x+b} & ; x=\pm1 \end{cases} \qquad g(x)=x+c$$

← چون تابع f و g مساوی هستند پس:

$$\begin{array}{l|l} \cancel{x^3}+2x^2-\cancel{x}-2 & x^2-1 \\ \cancel{x^3}-\cancel{x} & x+2 \\ \hline 2x^2-2 & \\ -2x^2+2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{(x^2-1)(x+2)}{(x^2-1)}=x+2=x+c=g(x)$$

$$\boxed{\text{پس } c=2}$$

$$g(1)=3\longrightarrow f(1)=3\longrightarrow\frac{a+2}{1+b}=3\longrightarrow a+2=3+3b$$

$$\boxed{3b-a=-1}$$

$$g(-1)=1\longrightarrow f(-1)=1\longrightarrow\frac{-a+2}{-1+b}=1\longrightarrow -a+2=-1+b$$

$$\boxed{b+a=3}$$

$$+\begin{cases} 3b-\cancel{a}=-1 \\ b+\cancel{a}=3 \end{cases}$$

$$4b=2\longrightarrow \boxed{b=\tfrac{1}{2}} \quad , \quad \boxed{a=\tfrac{5}{2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{جواب نهایی: } b+c=\tfrac{1}{2}+2=\tfrac{5}{2}}$$

0/10

$x \geqslant \frac{۳a}{۴} = ۱ \to \frac{۴}{۳}$

۸- $f(x)=\sqrt{۴x-۳a}+k-۱$

$۲f-g\ \{(۱,k)\} \to$ g.f پس دامنه مشترک {۱} است

$g(x)=\sqrt{b-۴x}+۳k$

$\to x \leqslant \frac{b}{۴} = ۱ \quad ۴$

$۳a-\frac{b}{۲}-k=?$

$f(۱)=\sqrt{۴-۳a}+k-۱ \to ۲f(۱)=۲\sqrt{۴-۳a}+۲k-۲$

$g(۱)=\sqrt{b-۴}+۳k=k$

$۲f(۱)-g(۱)=۲(\sqrt{۴x-۳a}+k-۱)-(\sqrt{b-۴}+۳k)$

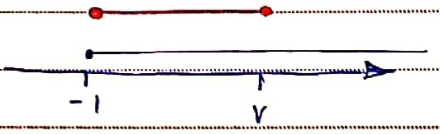
$=۲\sqrt{۴x-۳}+۲k-۲-\sqrt{b-۴x}-۳k=۲\sqrt{۴x-۳a}-\sqrt{b-۴}-k-۲$?!

۹- $f(x)=\sqrt{m-x}+n \qquad D_{f\times g}=[-۱,۷]$

$g(x)=\sqrt{۲x+۲} \qquad f-g(۳)=۹\sqrt{۲} \to m+n=?!$

۲

$D_g = ۲x \geqslant -۲ \to x \geqslant -۱$



$D_{f\times g}=D_f \cap D_g=[-۱,۷]$

$D_f = m-x \geqslant ۰ \to x \leqslant m$

پس دامنه f باید به صورت $x\leqslant ۷$ لذا $\boxed{m=۷}$

$f(۳)-g(۳)=۹\sqrt{۲}$ چون f منهای g(۳) شده پس داریم:

$۲+n-\sqrt{۸}=۹\sqrt{۲} \to ۲+n-۲\sqrt{۲}=۹\sqrt{۲}$

$۲+n=۸\sqrt{۲} \Rightarrow \boxed{n=۸\sqrt{۲}-۲}$

$\Rightarrow m+n=۷+۸\sqrt{۲}-۲=\boxed{۵+۸\sqrt{۲}}$ جواب گزینه ۲

۱۰- $y=(-۱)^{۲}(x-[x])=\frac{۱}{۲} \qquad x\in[-۲,۲]$

$y=(x-[x])=\frac{۱}{۲}$

۲

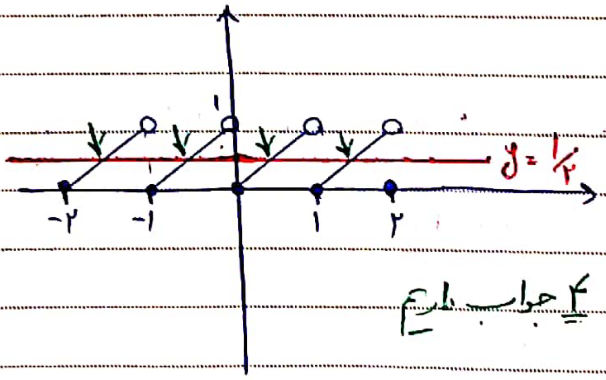
$-۲\leqslant x<-۱ \to y=x+۲$

$-۱\leqslant x<۰ \to y=x+۱$

$۰\leqslant x<۱ \to y=x$

$۱\leqslant x<۲ \to y=x-۱$

$x=۲ \to y=x-۲$



* مطابق شکل ۴ جواب داریم