«مبینا هاشمی الحسینی» «دوازدهم دفتر A. جبر»

۱-

$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn \rightarrow$ تابع ثابت

$f(x) = x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 6x + 1 + mx^2 + nx + mn$

$f(x) = (10+m)x^2 + (n-4)x + 2 + mn$

چون تابع $f(x)$ ثابت است پس: $\boxed{m=-10}$, $\boxed{n=4}$

$g(x) = \{(4,m),(n,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\}$

$-11+2=-9$

$g(x) = \{(4,-10),(4,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\}$

چون $g(x)$ تابع است پس: $p+1=-10 \rightarrow \boxed{p=-11}$

$p+k=-1 \xrightarrow{p=-11} -11+k=-1 \rightarrow \boxed{k=10}$

$\Rightarrow m+n+p+k = (-10)+(4)+(-11)+10 = -7$

۲- الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} \rightarrow \dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8} \geq 0$

$x=2$

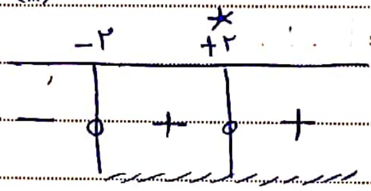
$(*)\ x^4-2x^2-8=0$ $\quad (*) \rightarrow x=\pm 2$

$x^2=t \rightarrow t^2-2t-8=0$

$(t-4)(t+2)=0$

$t=4 \quad t=-2$ غ ق ق

$\rightarrow x=\pm 2$



$\Rightarrow D_f = [-2,+\infty)$

ب) $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]}$ $\Rightarrow$ مخرج کسر نباید صفر شود پس: $4-2[-x] \neq 0$

$4 \neq 2[-x] \Rightarrow [-x] \neq 2 \rightarrow 2 \leq -x < 3$

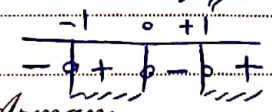
$-2 \geq x > -3$

$D_f = \mathbb{R} - (-3,-2]$

۳- الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$

$0, \pm 1$

$x(x^2-1) \geq 0 \ (I)$ $\quad |x|+x > 0 \ (II) \rightarrow$ $\quad (I) \cap (II) =$



$x \in (0,+\infty)$

جواب نهایی $\Rightarrow D_f = [1,+\infty)$

Arman

$x \in [-1,0] \cup [1,+\infty)$

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2| - x^2}}{|x|-1}$

مخرج نباید صفر شود:

$|x-2| - x^2 \geq 0 \quad (I)$

$\xrightarrow{x \geq 2} (x-2) - x^2 = 0$

$-x^2 + x - 2 = 0$

$\Delta = 1 - 8 < 0$ فاقد ریشه

$\xrightarrow{x < 2} 2 - x - x^2 = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

$\Delta = 1 + 8 = 9$

$x = \dfrac{-1 \pm 3}{2}$ → $x = 1$ ✓ , $x = -2$ ✓

	-2		1	
$-$	0	$+$	0	$-$

$[-2, 1]$

$|x| - 1 \neq 0 \quad (II)$

$|x| \neq 1 \longrightarrow x \neq \pm 1$

$\Rightarrow (I) \cap (II) =$

$[-2, 1] - \{\pm 1\}$

$\Rightarrow D_f = [-2, -1) \cup (-1, +1)$ *

جواب نهایی

۴- دامنه تابع شامل اعداد حقیقی است که در ازای آن ها مخرج صفر شود:

$y = \dfrac{1}{||x-2|-1| - k}$

$||x-2| - 1| - k = 0$

① $x \geq 2$: $|x-2| = x-2$

$|x-3| = k$

$x - 3 = k \rightarrow x = k+3 \geq 2 \rightarrow k \geq -1$

$x - 3 = -k \rightarrow x = 3-k \geq 2 \rightarrow k \leq 1$

پس: $-1 \leq k \leq 1$

② $x < 2$: $|x-2| = 2-x \rightarrow |2 - x - 1| = k$

$|1-x| = k$

$1 - x = k \rightarrow x = 1-k < 2 \rightarrow -1 < k$

$1 - x = -k \rightarrow x = 1+k < 2 \rightarrow k < 1$

$-1 < k < 1$

با اشتراک کردن مقادیر به دست آمده برای k متوجه می شویم تنها به ازای $k = 1$ برای x ۲ مقدار به دست می آید پس $\boxed{k=1}$

۵- $y = 2x - [x] \rightarrow x \in [-2, 2]$

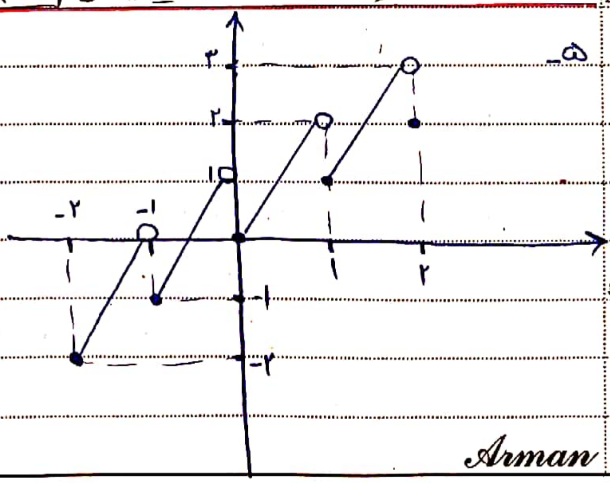
$-2 \leq x < -1 \longrightarrow [x] = -2 \rightarrow y = 2x + 2$

$-1 \leq x < 0 \longrightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 2x + 1$

$0 \leq x < 1 \longrightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 2x$

$1 \leq x < 2 \longrightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 2x - 1$

$x = 2 \longrightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 2x - 2$



Arman

Subject:

Year: Month: Day:

۶- تابع f همانی

$$f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x+a}+b$$

چون همانی است

$$f(x)=\frac{x^2-4x+3+bx+ab}{x+a}=x$$

$$\cancel{x^2}-4x+3+bx+ab=\cancel{x^2}+ax$$

$$(b-4)x+3+ab=ax$$

$$\Rightarrow ab=-3\ ,\quad b-4=a \quad\Rightarrow x^2-Sx+P=0$$

$$P=-3 \qquad a+b=4 \qquad x^2-4x-3=0$$

$$S=4$$

$$\Delta=16+12=28$$

$$x=\frac{4\pm2\sqrt{7}}{2}\to x=\frac{\cancel{2}(2\pm\sqrt{7})}{\cancel{2}}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=2+\sqrt{7}\\ b=2-\sqrt{7}\end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases}a=2-\sqrt{7}\\ b=2+\sqrt{7}\end{cases}$$

$$a-b=\cancel{2}+\sqrt{7}-\cancel{2}+\sqrt{7} \qquad a-b=\cancel{2}-\sqrt{7}-\cancel{2}-\sqrt{7}$$

$$a-b=2\sqrt{7} \qquad a-b=-2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow a-b=\{2\sqrt{7},-2\sqrt{7}\}$$

۷-

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} & ;\ x\neq\pm1\\[2ex] \dfrac{ax+2}{x+b} & ;\ x=\pm1\end{cases} \qquad g(x)=x+c$$

چون تابع f و g مساوی‌اند پس:

$$\begin{array}{r|l} \cancel{x^3}+2x^2-\cancel{x}-2 & x^2-1\\ \cancel{-x^3}\ \ \ \ \ \ \ +\cancel{x} & x+2\\ \hline 2x^2-2 & \\ -2x^2+2 & \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{(x^2-1)(x+2)}{(x^2-1)}=x+2=x+c=g(x)$$

$$\boxed{\text{پس}\ c=2}$$

$$g(1)=3\to f(1)=3\to\frac{a+2}{1+b}=3\to a+2=3+3b$$

$$\boxed{3b-a=-1}$$

$$g(-1)=1\to f(-1)=1\to\frac{-a+2}{-1+b}=1\to -a+2=-1+b$$

$$\boxed{b+a=3}$$

$$+\begin{cases}3b-\cancel{a}=-1\\ b+\cancel{a}=3\end{cases}$$

$$4b=2\to\boxed{b=\tfrac{1}{2}}\ ,\ \boxed{a=\tfrac{5}{2}}\Rightarrow \boxed{\text{جواب‌های:}\ b+c=\tfrac{1}{2}+2=\tfrac{5}{2}}$$

Armān

۸-

$f(x) = \sqrt{4x - 3a} + k - 1$

$g(x) = \sqrt{b - 4x} + 3k$

پس دامنه مشترک g.f ‎$2f - g \{(1,k)\}$‎ ‎{۱}‎ است

$3a - \frac{b}{2} - k = ?$

$f(1) = \sqrt{4 - 3a} + k - 1 \rightarrow 2f(1) = 2\sqrt{4 - 3a} + 2k - 2$

$g(1) = \sqrt{b - 4} + 3k = k$

$2f(1) - g(1) = 2(\sqrt{4x - 3a} + k - 1) - (\sqrt{b - 4} + 3k)$

$= 2\sqrt{4x - 3} + 2k - 2 - \sqrt{b - 4x} - 3k = 2\sqrt{4x - 3a} - \sqrt{b - 4} - k - 2$?!

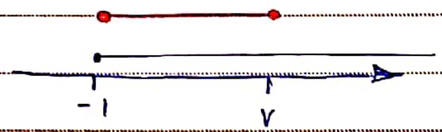
۹-

$f(x) = \sqrt{m - x} + n \qquad D_{f \times g} = [-1, 7]$

$g(x) = \sqrt{2x + 2} \qquad f - g(3) = 6\sqrt{2} \longrightarrow m + n = ?!$

$D_g: 2x \geq -2 \rightarrow x \geq -1$

$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = [-1, 7]$



$D_f: m - x \geq 0 \rightarrow x \leq m$ ‎ پس دامنه f باید به صورت $x \leq 7$ باشد لذا $\boxed{m = 7}$

چون f منهای g(۳) شده پس داریم:

$f(3) - g(3) = 6\sqrt{2}$

$2 + n - \sqrt{8} = 6\sqrt{2} \longrightarrow 2 + n - 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

$2 + n = 8\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{n = 8\sqrt{2} - 2}$

$\Rightarrow m + n = 7 + 8\sqrt{2} - 2 = 5 + 8\sqrt{2}$ ‎ جواب گزینه

۱۰-

$y = (-1)^2 (x - [x]) = \frac{1}{2} \quad x \in [-2, 2]$

$y = (x - [x]) = \frac{1}{2}$

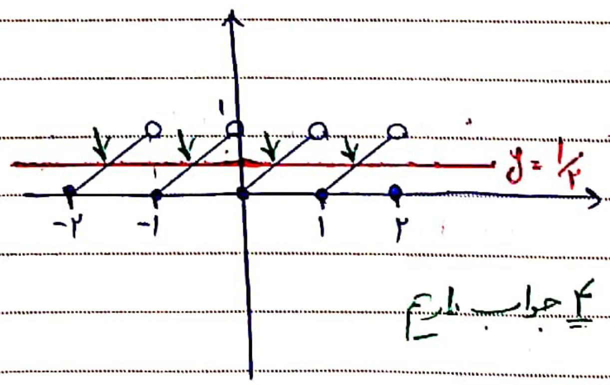
$-2 \leq x < -1 \rightarrow y = x + 2$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow y = x + 1$

$0 \leq x < 1 \rightarrow y = x$

$1 \leq x < 2 \rightarrow y = x - 1$

$x = 2 \rightarrow y = x - 2$



* مطابق شکل ۴ جواب داریم