نام و نام خانوادگی: پریان شمشیری   پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲   کلاس دوازدهم ریاضی A

۱

$P(x) = (x+1)^2 + (2x-1)^2 + mx^2 + nx + mn \rightarrow x=0 \rightarrow (1)^2 + (-1)^2 + 0 + 0 + mn \rightarrow 1+1+mn = 16+m-n+mn \rightarrow n-m=14$

تابع ثابت ← پس به ازای هر مقدار، عدد برابری تولید می‌کند

$x=-1 \rightarrow (0)^2 + (-3)^2 + m - n + mn \rightarrow 1+1+mn = 4+4+m+n+mn \rightarrow n+m=-6$

$x=1 \rightarrow (2)^2 + (1)^2 + m+n+mn$

$2n = 8$, $\boxed{m=-10}$, $\boxed{n=4}$

$g(x) = \{(4,m),(n,p+1),(p+3,-1),(-9,p+k)\} = \{(4,-10),(4,p+1),(p+3,-1),(-9,p+k)\}$

$p+1=-10 \rightarrow \boxed{p=-11}$, $p+k=-1 \rightarrow \boxed{k=+10}$

$\Rightarrow m+n+p+k = (-10)+(4)+(-11)+(10) = \boxed{-7}$

۲

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} = \sqrt{\dfrac{x-2}{(x^2-4)(x^2+2)}} = \sqrt{\dfrac{x-2}{(x-2)(x+2)(x^2+2)}}$ $\xrightarrow{\text{عبارت زیر رادیکال}}$ $\dfrac{x-2}{(x-2)(x+2)(x^2+2)} \geq 0$, $(x-2)(x+2)(x^2+2) \neq 0$

$\rightarrow \begin{array}{c|c|c|c} & -2 & 2 & \\ - & + & + & \end{array}$ $\boxed{D_f = (-2,+\infty) - \{2\}}$

ب) $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \rightarrow 4-2[-x] \neq 0 \rightarrow 2[-x] \neq 4 \rightarrow [-x] \neq 2 \rightarrow x \notin (-3,-2]$

$\rightarrow \boxed{D_f = (-\infty,-3] \cup (-2,+\infty)}$

۳

الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \rightarrow x(x^2-1) \geq 0 \rightarrow x(x-1)(x+1) \geq 0$; $0, 1, -1$; $\begin{array}{c|c|c|c} & -1 & 0 & 1 \\ - & + & - & + \end{array} \rightarrow [-1,0] \cup [1,+\infty)$ (A)

$\rightarrow |x|+x > 0 \rightarrow |x| > -x \rightarrow x \in (0,+\infty)$ (B)

$\rightarrow A \cap B :$ $\Rightarrow \boxed{D_f = [1,+\infty)}$

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \rightarrow |x-2|-x^2 \geq 0$

$x \geq 2$: $x-2-x^2 \geq 0 \rightarrow x^2-x+2 \leq 0$ غ ق همواره (+)

$x < 2$: $-x+2-x^2 \geq 0 \rightarrow x^2+x-2 \leq 0 \rightarrow (x+2)(x-1) \leq 0$; $\begin{array}{c|c|c|c} & -2 & 1 & \\ + & - & + & \end{array}$ (A) $[-2,1]$

$|x|-1 \neq 0 \rightarrow |x| \neq 1 \rightarrow x \neq 1, x \neq -1$ (B) $\rightarrow A \cap B : \boxed{D_f = [-2,-1) \cup (-1,1)}$

۴

$y = \dfrac{1}{||x-2|-1|-k} \rightarrow ||x-2|-1|-k \neq 0 \rightarrow ||x-2|-1| \neq k \rightarrow |x-2|-1 \neq k \rightarrow |x-2| \neq k+1$

$\rightarrow 1-|x-2| \neq k \rightarrow |x-2| \neq 1-k$

$|x-2| \neq k+1 \rightarrow x-2 \neq k+1 \rightarrow x \neq k+3$; $2-x \neq k+1 \rightarrow x \neq 1-k$

$|x-2| \neq 1-k \rightarrow x-2 \neq 1-k \rightarrow x \neq 3-k$; $2-x \neq 1-k \rightarrow x \neq k+1$

$3-k = k+1 \rightarrow 2k=2 \rightarrow k=1$

$\text{if } k=1 \rightarrow x \neq 4,\ x \neq 0,\ x \neq 2 \Rightarrow \boxed{k=1}$

۵

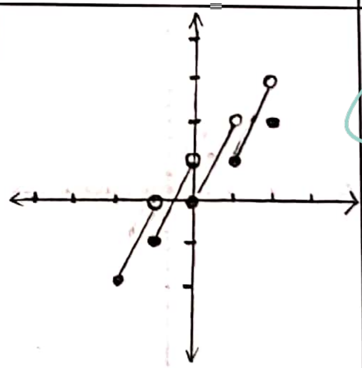
$x \in [-2,-1) \rightarrow [x]=-2 \rightarrow y=2x-[x] \rightarrow x=-2 \rightarrow y=2(-2)+2=-2$; $x=-1 \rightarrow y=2(-1)+2=0$

$x \in [-1,0) \rightarrow [x]=-1 \rightarrow y=2x-[x] \rightarrow x=-1 \rightarrow y=2(-1)+1=-1$; $x=0 \rightarrow y=2(0)+1=+1$

$x \in [0,1) \rightarrow [x]=0 \rightarrow y=2x-[x] \rightarrow x=0 \rightarrow y=0$; $x=1 \rightarrow y=2(1)=2$

$x \in [1,2) \rightarrow [x]=1 \rightarrow y=2x-[x] \rightarrow x=1 \rightarrow y=2(1)-1=1$; $x=2 \rightarrow y=2(2)-1=3$

$x=2 \rightarrow [x]=2 \rightarrow y=2x-[x] \rightarrow x=2 \rightarrow y=4-2=2$



۶

$f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x+a}+b \xrightarrow{\text{تابع زوج}} f(1)=1 \to \frac{1-4+3}{1+a}+b=1 \to b=1 \to f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x+a}+1$

$f(3)=3 \to \frac{9-12+3}{3+a}+b=3 \to b=3 \to f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x+a}+3$

تابع همانی است $\to f(2)=2 \xrightarrow{b=3} \frac{x^2-4x+3}{x+a}+3=2 \to \frac{(4)-(8)+3}{2+a}+3=2 \to \frac{-1}{2+a}=-1 \to a=-1$

$\xrightarrow{b=1} \frac{x^2-4x+3}{x+a}+1=2 \to \frac{(4)-(8)+3}{2+a}+1=2 \to \frac{-1}{2+a}=1 \to a=-3$

if $b=3 \to a=-1 \to a-b=-1-3=-4$ / if $b=1 \to a=-3 \to a-b=-3-1=-4 \to \boxed{a-b=\{-4\}}$

۲

۷

if $x\neq \pm 1$, $x=2 \to f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} \xrightarrow{x=2} f(2)=\frac{8+8-2-2}{3}=4$

$g(x)=x+c \xrightarrow{x=2} g(2)=2+c$

$g(2)=f(2)$, $2+c=4 \to \boxed{c=2}$

$\to g(x)=x+2$

if $x=1 \to f(x)=\frac{ax+2}{x+b} \xrightarrow{x=1} f(1)=\frac{a+2}{b+1} \to f(1)=g(1)$ ($1+2=3$) $\to \frac{a+2}{b+1}=3 \to 3b+3=a+2$

if $x=-1 \to f(x)=\frac{ax+2}{x+b} \xrightarrow{x=-1} f(-1)=\frac{-a+2}{-1+b} \to f(-1)=g(-1)$ ($-1+2=1$) $\to \frac{-a+2}{-1+b}=1 \to b-1=2-a$

$+$

$4b+2=4 \to 4b=2 \to \boxed{b=\frac{2}{4}}$

$\to b+c=\frac{2}{4}+2=\boxed{2/5}$

۲

۸

$2f-g\ \{(1,k)\} \to g(1)=K \to g(x)=\sqrt{b-4x}+3K \Rightarrow g(1)=\sqrt{b-4}+3K=K$

$\to f(\frac{1}{2})=K \to f(x)=\sqrt{4x-3a}+K-1 \Rightarrow f(\frac{1}{2})=\sqrt{2-3a}+\cancel{K}-1=\cancel{K}$

$\to \sqrt{b-4}+3K=K \to \sqrt{b-4}=-2K \to b-4=4K^2 \to b=4K^2+4 \to \frac{b}{2}=2K^2+2$

$\to \sqrt{2-3a}=1 \to 2-3a=1 \to 3a=1 \to \boxed{a=\frac{1}{3}}$

$\to 3a-\frac{b}{2}-K=3(\frac{1}{3})-2K^2-2-K=\boxed{-2K^2-K-1}$

$D_f \to x \geq \frac{3a}{4}=1$

$D_g \to x \leq \frac{b}{4}=1$

$a=\frac{4}{3}$, $b=4$

$2K-2-3K=K$

$K=-1 \to 4-2+1=3$

۵

۹

۰

۱۰

۰