دوازدهم تجربی (A) — مریم اشتهارنیا

$f(x) = (x+1)^2 + (3x-1)^2 + mx^2 + nx + mn \to$ تابع ثابت

$g(x) = \{(4,m),(n,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\} \to$ تابع

$m+n+p+k = ?$ 1

$f(x) = x^2+2x+1+9x^2-6x+1+mx^2+nx+mn = (10+m)x^2 + (n-4)x + (2+mn)$

برای اینکه $f(x)$ ثابت باشد ضرایب x^2 و x باید برابر با صفر باشند

$10+m=0 \to \boxed{m=-10}$

$n-4=0 \to \boxed{n=4}$

$g(x) = \{(4,-10),(4,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\}$

چون $g(x)$ تابع است $\longrightarrow p+1=-10 \to \boxed{p=-11}$

$p+2=-9 \longrightarrow p+k=-1 \to \boxed{k=10}$

$m+n+p+k = -10+4+(-11)+10 = -7 \to$ جواب

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} \longrightarrow \dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8} \geq 0$ 2

ریشه صورت $= 2$

ریشه مخرج $\xrightarrow{x^2=t} t^2-2t-8 = (t-4)(t+2)$

$t=x^2=4 \to x=\pm 2$

$t=x^2=-2 \to$ غ ق ق

± 2

ریشه مضاعف*

-2		2	
$-$ ∄	$+$	∄	$+$

$\boxed{D = (-2,+\infty) - \{2\}}$ جواب

ب) $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \longrightarrow 4-2[-x] \neq 0 \to 2[-x] \neq 4 \to [-x] \neq 2 \longrightarrow$

مقادیری که نباید در دامنه باشد $\longrightarrow 2 \leq -x < 3 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } -1} -3 < x \leq -2 \to \boxed{D = (-\infty,-3] \cup (-2,+\infty)}$ جواب

الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \to \dfrac{\sqrt{x(x-1)(x+1)}}{\sqrt{|x|+x}}$ 3

ریشه‌های صورت $= 0, \pm 1$

ریشه مخرج $= 0$

-1		0		1	
$-$	$+$		$-$		$+$

$|x|+x > 0 \to |x| > -x \to (0,+\infty)$ ①

$[-1,0] \cup [1,+\infty)$ ②

$D_f = ① \cap ② \to \boxed{[1,+\infty)}$ جواب

ادامه سوال ۳ (قسمت ب) پشت صفحه

ب) $f(x)=\frac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1} \longrightarrow |x-2|-x^2\geq 0 \longrightarrow x^2\leq |x-2|$

$\xrightarrow{x\geq 2} x^2-x+2\leq 0 \to$ ریشه ندارد $\quad 1-8=-7 \quad \Delta<0$

$\xrightarrow{x<2} x^2+x-2\leq 0 \to (x+2)(x-1)\leq 0 \to x=-2,\ x=1 \quad \to [-2,1]$ (1)

$|x|-1\neq 0 \to |x|\neq 1 \to x\neq \pm 1$ (2) ۳

$\boxed{D_f=(1)\cap(2)=[-2,-1)\cup(-1,1)}$ جواب

۲

$y=\frac{1}{||x-2|-1|-k} \longrightarrow ||x-2|-1|-k\neq 0 \to ||x-2|-1|\neq k \xrightarrow{A=|x-2|} |A-1|=k\to$

$A-1=k \to A=k+1 \xrightarrow{A=|x-2|} |x-2|=k+1 \to x-2=k+1\to \underline{x=k+3}\ ;\ x-2=-k-1\to \underline{x=1-k}$

$1-A=k \to A=1-k \xrightarrow{A=|x-2|} |x-2|=1-k \to x-2=1-k\to \underline{x=3-k}\ ;\ x-2=k-1\to \underline{x=k+1}$

این ۴ عدد مخرج را صفر کنند ۴

این ۴ عدد باید صحیح باشند $\longrightarrow k\in\mathbb{Z}$

if $k=-1 \to 2, 4, 0$ حذف می‌شوند

if $k=0 \to 1, 3$ حذف شد

if $k=1 \to 4, 0, 2$ حذف شد $\to$ چون سوال گفته ۳ عدد صحیح در دامنه نیستند $\to \boxed{k=\pm 1}$

if $k=2 \to$ ولی $-1, 1, 3$ حذف می‌شوند

$k>0$

چون اگر $k<0$ باشد مخرج صفر نمی‌شود.

۱/۷۵

$y=2x-[x] \longrightarrow [-2,2]$ در بازه

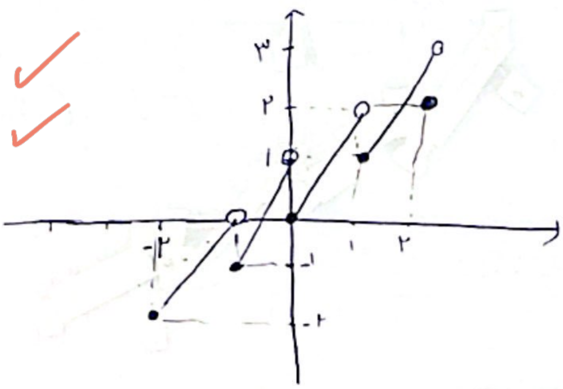
بازه‌بندی: $[-2,-1)\to [x]=-2\to y=2x-(-2)=2x+2$

$[-1,0)\to [x]=-1\to y=2x-(-1)=2x+1$

$[0,1)\to [x]=0\to y=2x-0=2x$

$[1,2)\to [x]=1\to y=2x-1$

$\{2\}\to [x]=2\to y=2(2)-2=2$



۲ ۵

$f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x+a}+b \longrightarrow$ همانی $\to f(x)=x \to \frac{x^2-4x+3}{x+a}+b=x$

$\frac{x^2-4x+3+bx+ba}{x+a}=x \longrightarrow x^2+(b-4)x+ab+3=x^2+ax$

۲

$\left.\begin{array}{l}(b-4)x=ax\to b-4=a\\ ab=-3\end{array}\right\}\to (b-4)b=-3\to b^2-4b+3=0\to (b-1)(b-3)=0$ ۶

if $b=1 \to a=-3$

if $b=3 \to a=-1$

$a-b \left\langle \begin{array}{l}-3-1=-4\\ -1-3=-4\end{array}\right. \longrightarrow a-b=-4$

رها شمارزنا

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} & ; x\neq \pm 1\\[2ex] \dfrac{ax+2}{x+b} & ; x=\pm 1\end{cases}\qquad g(x)=x+c\qquad b+c=?$$

$$x^3+2x^2-x-2 \xrightarrow{x=1} 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3+2x^2-x-2 & x-1\\ \hline -x^3+x^2 & x^2+3x+2 \to (x+1)(x+2)\\ \hline 3x^2-x-2 & \\ -3x^2+3x & \\ \hline 2x-2 & \\ -2x+2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\frac{\cancel{(x-1)}\cancel{(x+1)}(x+2)}{\cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)}}=x+c$$

$$x+2=x+c\to \boxed{c=2}$$

$$\frac{ax+2}{x+b}\xrightarrow{x=1}\frac{a+2}{b+1}=3\to a+2=3b+3\to \underline{a=3b+1}$$

$$x=-1\quad g(x)=1\quad \frac{ax+2}{x+b}\xrightarrow{x=-1}\frac{-a+2}{b-1}=1\to\frac{2-a}{b-1}=1\to 2-a=b-1\to \underline{a+b=3}$$

$$\begin{cases}a+b=3\\ \cancel{a-3b=1}\end{cases}$$

$$-a+3b=-1$$

$$4b=2\to b=\frac{1}{2}$$

$$b+c=2+\frac{1}{2}=\boxed{\frac{5}{2}}\to \text{جواب}$$

2

بسیار عالی

$f(x) = \sqrt{4x - 3a} + k - 1 \qquad g(x) = \sqrt{b - 4x} + 3k \qquad 2f - g\{(1, k)\}$

$$\begin{cases} 4x - 3a \geq 0 \longrightarrow 4x \geq 3a \longrightarrow x \geq \frac{3}{4}a \longleftarrow D_f \\ b - 4x \geq 0 \longrightarrow \frac{b}{4} \geq x \end{cases}$$

$$\longrightarrow D_f \cap D_g = \{1\} \begin{cases} \frac{3}{4}a = 1 \rightarrow a = \frac{4}{3} \\ \frac{b}{4} = 1 \rightarrow b = 4 \end{cases}$$

8

$$2f - g = 2\sqrt{\cancel{4x - 4}} + 2k - 2 - \sqrt{\cancel{4 - 4x}} - 3k = k \rightarrow 2k = -2 \rightarrow \boxed{k = -1}$$

$$3a - \frac{b}{2} - k = 3\left(\frac{4}{3}\right) - \frac{4}{2} + 1 = 3$$

2

$f(x)=\sqrt{m-x}+n$, $g(x)=\sqrt{2x+2}$ $\quad D_{f\times g}=[-1,7]$ $\quad f-g(3)=4\sqrt{2}$ 9

$m+n=?$

$D_g \to 2x+2\geq 0 \to x\geq -1 \quad [-1,+\infty) \to D_f\cap D_g=[-1,7]$

$D_f\cap D_g=[-1,7]$

$D_f: m-x\geq 0 \to x\leq m \to (-\infty,m] \to$ چون اشتراکش با D_g باید $[-1,7]$ باشد پس $m=7$ ۲

$f(x)=\sqrt{7-x}+n \to f(3)=2+n \, , \, g(3)=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$f(3)-g(3)=4\sqrt{2} \to 2+n-2\sqrt{2}=4\sqrt{2} \to 2+n=8\sqrt{2} \to n=8\sqrt{2}-\cancel{2} \to n=8\sqrt{2}-2$

$m+n=7+8\sqrt{2}-2=\boxed{5+8\sqrt{2}}$ جواب

$y=(-1)^2(x-[x])=\frac{1}{2} \qquad [-2,2]$

$(-1)^2 \to 1$

$-2\leq x<-1 \to x-(-2)=\frac{1}{2} \to x+2=\frac{1}{2} \to x=-\frac{3}{2}$ ✓

$-1\leq x<0 \to x-(-1)=\frac{1}{2} \to x+1=\frac{1}{2} \to x=-\frac{1}{2}$ ✓ 6

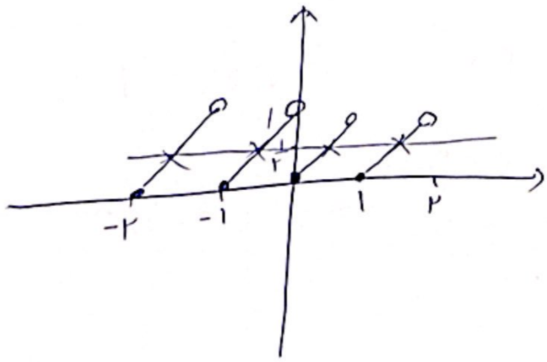
$0\leq x<1 \to x-0=\frac{1}{2} \to x=\frac{1}{2}$ ✓

$1\leq x<2 \to x-1=\frac{1}{2} \to x=\frac{3}{2}$ ✓

$x=2 \to x-2=\frac{1}{2} \to x=\frac{5}{2}$ غ ق ق

۴ جواب دارد

۲



۴ نقطه برخورد با توجه به شکل