سارینا عابدینی

۱۸

۱-   ۲

$f(x) = x^۲+۲mx+۱ + ۹x^۲ - ۴x + ۱ + mx^۲ + nx + mn$

$= (۱۰+m)x^۲ + (n-۴)x + ۲ + mn$

$۱۰+m=0 \rightarrow \boxed{m=-۱۰}$ ، $n-۴=0 \rightarrow \boxed{n=۴}$

$f(x) = ۲ + (-۱۰)(۴) = \boxed{-۳۸}$

$g(x) \Longrightarrow \{(۴,-۱۰),(۴,p+۱),(p+۲,-۱),(-۹,p+k)\}$

$۴ \rightarrow -۱۰ , p+۱ \rightarrow p+۱=-۱۰ \rightarrow \boxed{p=-۱۱}$

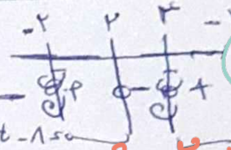
$p+۲ = -۹ \rightarrow -۱ \rightarrow p+k=-۱ , -۱۱+k=-۱$

$\boxed{k=۱۰} \rightarrow m+n+p+k = -۱۰+۴-۱۱+۱۰$

$= \boxed{-۷}$

۲-   ۰/۷۵

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x-۲}{x^۴-۲x^۲-۸}}$ →



۰/۵

$x^۴-۲x^۲-۸=0 \xrightarrow{x^۲=t} t^۲-۲t-۸=0$

$(t-۴)(t+۲)=0$ → $t=۴$ ، $t=-۲$

$D = [-۲,۲] \cup (۴,\infty)$

$x^۲ \neq -۲$ [illegible]

ب) $f(x) = \dfrac{۲x^۲+۱}{۴-۲[-x]} \rightarrow ۴-۲[-x] \neq 0$

۰/۷۵

$۴ \neq ۲[-x]$

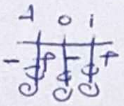
$[-x] \neq ۲ \rightarrow x \in (-۳,-۲]$

$D_f = \mathbb{R} - (-۳,-۲]$

۳-   ۱/۷۵

الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^۲-۱)}}{\sqrt{|x|+x}}$ → همیشه یا صفر یا مثبت، فقط از صفر مثبت است ① $(x>0)$

$x(x-۱)(x+۱) \geq 0$



$\rightarrow x \in (-۱,0) \cup (۱,+\infty)$ ②

$D_f = (۱,+\infty)$

$I \cap II$ $[۱,+\infty)$

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-۲|-x^۲}}{|x|-۱} \rightarrow x \neq ۱$ ① $x \neq \pm ۱$

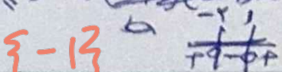
۰/۷۵

$|x-۲|-x^۲ \geq 0 \xrightarrow{x\geq ۲} x-۲-x^۲ \geq 0$ ، $x^۲-x+۲ \leq 0$ → غ ق ق

$x=۲ \rightarrow -x^۲ \geq 0$ غ ق ق

$x<۲ \rightarrow +۲-x-x^۲ \geq 0$

$x^۲+x-۲ \leq 0 \rightarrow$ ~~[illegible]~~ ② $\rightarrow [-۲,۱]$



$I \cap II$

$D_f = [-۲,۱) - \{-۱\}$

۴- ← به عدد صحیح [illegible] هست.

$||x-۲|-۱|-k \neq 0$

$||x-۲|-۱| \neq k \rightarrow |x-۲| = t$

$|t-۱| \neq k \rightarrow t \geq 0 \rightarrow t-۱ \neq k \ (k\geq -۱)$

$t-۱ \neq -k \ (k \leq ۱)$

[illegible]   ۲

$t-۱=k \rightarrow t=k+۱ \xrightarrow{|x-۲|=t} x=۲\pm t$

$t-۱=-k \rightarrow t=۱-k$

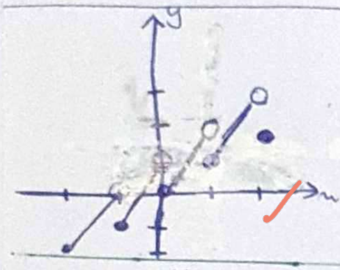
$x=۲\pm(۱-k)$ ← جواب ② $x=۲\pm(k+۱)$ ← جواب ①

اگر جواب‌ها مشترک نداشته باشند تعداد جواب‌ها ۴ تا [illegible] یک جواب مشترک داشته باشند.

$k+۱=0 \rightarrow (k=-۱) \rightarrow$ غ ق ق ← برای جواب ①

$-k+۱=0 \rightarrow (k=۱) \rightarrow$ ① ← برای جواب ②

۵-   ۲



$-۲ \leq x < -۱ \rightarrow ۲x+۲ \rightarrow (-۲,-۲)$ ، $(-۱/۵,-۱)$

$-۱ \leq x < 0 \rightarrow ۲x+۱ \rightarrow (-۱,-۱)$ ، $(-\frac{۱}{۲},0)$

$0 \leq x < ۱ \rightarrow ۲x \rightarrow (0,0)$ ، $(\frac{۱}{۲},۱)$

$۱ \leq x < ۲ \rightarrow ۲x-۱ \rightarrow (۱,۱)$ ، $(۱/۵,۲)$

$x=۲ \rightarrow ② \rightarrow (۲,۲)$

۶-   ۲

$f(x) = \dfrac{x^۲-۴x+c}{x+a} + b = x \rightarrow \dfrac{(x-۳)(x-۱)}{x+a} + b$

$x \neq -a$

$\hookrightarrow \dfrac{x^۲-۴x+c}{x+a} = x-b \rightarrow x^۲-۴x+c = (x-b)(x+a)$

$x^۲-۴x+c = x^۲+(a-b)x-ab$

$ab=-۳$ ، $\boxed{a-b=-۴}$

$a=b-۴$ ، $(b-۴)(b)=-۳ \rightarrow b^۲-۴b+۳=0$

$(b-۱)(b-۳)=0$ → $b=۱$ یا $b=۳$

$b=۱ \rightarrow a=-۳$ ، $b=۳ \rightarrow a=-۱$

$\boxed{a-b=-۴}$ ← به هر حال *

۷-   ۲

$\dfrac{x^۲(x+۲)-(x+۲)}{(x-۱)(x+۱)} = \dfrac{(x+۲)(x-۱)(x+۱)}{\cancel{(x-۱)}\cancel{(x+۱)}} = \boxed{x+۲}$

$\boxed{c=۲}$ $c=۲$

$\xrightarrow{x=۱} \dfrac{a+۲}{b+۱}=۳$ ، $\xrightarrow{x=-۱} \dfrac{۲-a}{b-۱}=۱$

$$\begin{cases} a+۲=۳b+۳ \\ ۲-a=b-۱ \end{cases} \longrightarrow ۴=۴b+۲ \rightarrow \boxed{b=\tfrac{۱}{۲}} , \boxed{a=۲/۵}$$

$b+c=۲/۵$

۸-   ۲

$D_{۲f-g} \Rightarrow ۴x-۳a \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{۳a}{۴}$ ①

$b-۴x \geq 0 \rightarrow \frac{b}{۴} \geq x$ ② $\rightarrow$ ① $\cap$ ② $\rightarrow x \in [\frac{۳a}{۴},\frac{b}{۴}]$

$\frac{۳a}{۴} = \frac{b}{۴} = ۱ \rightarrow a=\frac{۴}{۳}$ ، $b=۴$

$۲f-g(x) = ۲\sqrt{۴x-۳a} - \sqrt{b-۴x} - k-۲$

$۲f-g(۱) = ۲\sqrt{۴-۳a} - \sqrt{b-۴} - k-۲ \xrightarrow{a=\frac{۴}{۳}, b=۴}$

$۲f-g(۱) = -k-۲ \rightarrow -k-۲ = k \rightarrow k=-۱$

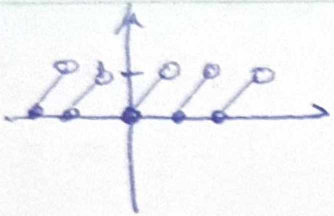
$۳a - \frac{b}{۲} - k = ۳\times\frac{۴}{۳} - \frac{۴}{۲} - (-۱) = ۴-۲+۱ = ③$

۱۰ –

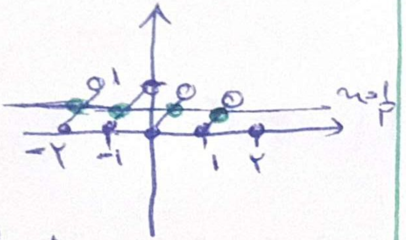
سازنهای بیشتر

۱/۲

$x-[x] \longrightarrow$



$y = \cancel{(-1)^{۲}}_{۱} \times (x-[x]) \neq \frac{۱}{۲} \longrightarrow$



← چهار جواب دارد

✓

---

۹ –

۲

$D(f \times g) = D_f \cap D_g$

$D_g \rightarrow ۲x+۲ \geq 0 \longrightarrow x \geq -۱$

$D_g = [-۱, +\infty)$

$D_f \rightarrow m-x \geq 0 \longrightarrow m \geq x \rightarrow$

$D_f = (-\infty, m] \longrightarrow [-۱, m] = [-۱, ۷]$

$\boxed{m=۷}$ و $f(c) - g(c) = ۶\sqrt{۲}$

$g(c) = \sqrt{۸} \longrightarrow f(c) = ۶\sqrt{۲} + ۲\sqrt{۲} = ۸\sqrt{۲}$

✓

$f(c) = \sqrt{\cancel{۷-c}}\ \sqrt{۷-۳} + n = ۸\sqrt{۲} = ۲+n$

$n = ۸\sqrt{۲} - ۲$

$m+n = ۷ + ۸\sqrt{۲} - ۲ = \boxed{۵ + ۸\sqrt{۲}}$

✓