۲۵

نام و نام خانوادگی ......محمدرضا زنیلی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ...۱۲ ج (A)......

۱

ضریب x و x^2 باید صفر شود تا تابع ثابت باشد.

$x^2+1+2x+9x^2+1-6x+mx^2+nx+mn = f(x)$

$10x^2-4x+2+mx^2+nx+mn \Rightarrow m=-10 \quad n=4$ $\quad f(x)=-38$

$g(x)=\{(4,-10),(4,p+1),(-9,-1),(-9,p+k)\}$ $\quad m+n+p+k=$

$p+1=-10 \to p=-11$ $\quad p+k=-1$ $\quad \boxed{k=10}$ $\quad -10+4-11+10=-7$

۲

۲

(الف) $\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^4-2x^2-8}\geq 0$

ابتدا مخرج را تعیین علامت می‌کنیم: $x^2=t$

$(t-4)(t+2) \leftarrow t^2-2t-8=0$

$x^2=4 \to x=\pm 2$

	-2		2	
$x-2$	$-$	$-$	$-$	$+$
x^4-2x^2-8	$+$		$-$	$+$
	$-$		$+$	$+$

$D_f=(-2,+\infty)-\{+2\}$: مخرج هم نباید صفر باشد.

(ب) مخرج نباید صفر باشد:

$4-2[-x]=0 \Rightarrow 4=2[-x] \Rightarrow [-x]=2 \longrightarrow (-3,-2]$

$D_f=\mathbb{R}-(-3,-2]$

۲

۳

(الف) $x(x^2-1)\geq 0$

		-1		0		1	
x	$-$		$-$		$+$		$+$
x^2-1	$+$		$-$		$-$		$+$
	$-$		$+$		$-$		$+$

شرط اول: $[-1,0]\cup[1,+\infty)$

شرط ۲: $|x|+x>0 \to |x|>-x \to (0,+\infty)$

اشتراک ۲ شرط: $D_f=[1,+\infty)$

(ب) شرط اول: مخرج نباید صفر باشد $|x|-1\neq 0 \to |x|\neq 1 \to x\neq \pm 1$

شرط ۲: زیر رادیکال بزرگتر مساوی صفر:

$|x-2|-x^2\geq 0 \to |x-2|\geq x^2$

$\to \cup \begin{cases} x-2\geq x^2 \to x^2-x+2 \to \varnothing \to \text{همواره} + \\ x-2\leq -x^2 \to x^2+x-2\leq 0 \to 1, -2 \to [-2,1] \end{cases}$

اشتراک ۲ شرط: $D_f=[-2,1]-\{\pm 1\}$

۲

۴

مخرج نباید صفر باشد، پس دامنه $\mathbb{R}-\{\text{ریشه مخرج}\}$ بنابراین مخرج ۳ ریشه دارد:

$||x-2|-1|-k=0 \longrightarrow ||x-2|-1|=k \to |x-2|=k+1$ $\to x-2=k+1 \to x=k+3$ ، $x-2=-k-1 \to x=1-k$

شرط A: $\boxed{k\geq 0}$

$|x-2|=-k+1$ $\to x-2=-k+1 \to x=-k+3$ ، $x-2=k-1 \to x=k+1$

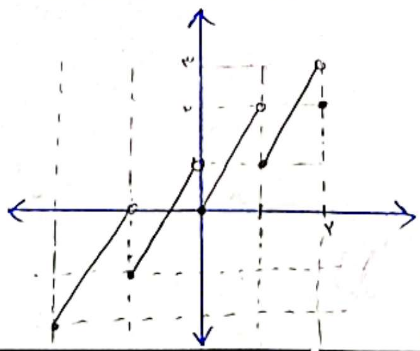
در این حالت باید یکی از ۲ معادله‌ی بالا (قدر مطلق) برابر صفر باشد یعنی:

$x-2=k+1=0 \to k=-1 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها برابر}} 2, 4, 0 \longrightarrow$ غ ق ق $\longrightarrow$ به دلیل شرط A

$x-2=-k+1=0 \to k=1 \xrightarrow{\text{ریشه‌های برابر}} 3, 0, 2 \longrightarrow \boxed{k=1}$

۲

۵



$2x-[x]$ چون در بازه $[-2,2]$ که به اندازه x بالا و پایین

$x+x-[x]$

$[1,2) \leftarrow 2x-1 \quad (1,1)$ دور

$[0,1) \leftarrow 2x-0 \quad (0,0)$ خطوطی به شیب ۲

$[-1,0) \leftarrow 2x+1 \quad (-1,-1)$ دیگر هم موازی‌اند

$[-2,-1) \leftarrow 2x+2 \quad (-2,-2)$

۲

تابع های ⇐ $x=y$

$$\frac{x^2-4x+3}{x+a}+b=y \to \frac{(x-1)(x-3)}{x+a}+b=y$$

$x-1 = x+a \to a=-1 \Rightarrow (x-3)+b=y \to b=3 \to a-b=-1-3=\boxed{-4}$ ۶

$x-3 = x+a \to a=-3 \Rightarrow x-1+b=y \to \boxed{b=1} \to a-b=-3-1=\boxed{-4}$ ۲

یک مقدار دارد ⟵ -4

$$\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1}=\frac{(\cancel{x^2-1})(x+2)}{\cancel{x^2-1}}=x+2=g(x)=x+c \to \boxed{c=2}$$ ۲

$g(x)=x+2 \xrightarrow{+1} 3 \to f(x) \xrightarrow{+1} \frac{a+2}{1+b}=3 \Rightarrow a+2=3+3b$ ۷

$\xrightarrow{-1} 1 \to f(x) \xrightarrow{-1} \frac{-a+2}{b-1}=1 \to -a+2=b-1$

$b+c=\frac12+2=\frac52$ $\quad a=2/5 \quad b=\frac12 \quad 2\cancel{a}=\cancel{a}+4b$

$D_f: 4x-3a\geq 0 \to x\geq \frac34 a$ $\quad D_f\cap D_g=\{1\}$ $\to \frac34 a=1 \to a=\frac43$ ۲

$D_g: b-4x\geq 0 \to \frac b4\geq x$ $\quad \to \frac b4=1 \to b=4$

$2f-g=2\cancel{\sqrt{4x-4}}+\cancel{2k}-2-\cancel{\sqrt{4-4x}}-\cancel{3k}=k$ ۸

$-2=2k \to \boxed{k=-1}$ $\quad 3a-\frac b2-k=3(\frac43)-\frac42-(-1)=3$ ۳

---

① $D_{f.g}=[-1,7]=D_g\cap D_f$ $\quad D_g: 2x+2\geq 0 \to 2x\geq -2 \to x\geq -1$

$D_f: (-\infty,7] \to m-x\geq 0 \to m\geq x$ $\quad \boxed{m=7}$ ۹

$f(2)-g(2)=6\sqrt2 \xrightarrow[\text{جایگذاری}]{} \sqrt4+n-2\sqrt2=6\sqrt2$ $\quad \boxed{n=8\sqrt2-2}$ ۲

$m+n=8\sqrt2-2+7=\boxed{8\sqrt2+5}$

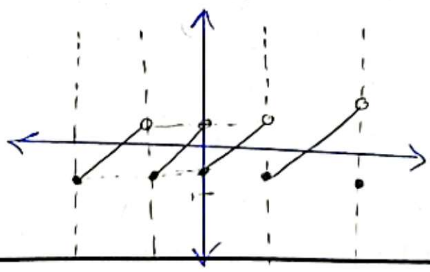
$y=x-[x]=\frac12 \Rightarrow y=x-[x]-\frac12$

$x-1-\frac12=x-\frac32 \leftarrow [1,2)$ ۲

$x-\frac12 \leftarrow [0,1)$

$x+\frac12 \leftarrow [-1,0)$ ۱۰

$x+\frac32 \leftarrow [-2,-1)$



$[-\frac12,\frac12)$

بی شمار