آدرینا حسینی   تکلیف شماره ۲۵   درس دوازدهم دختر A مجد

۱   ۲

$$\lim_{x\to 2}\frac{\overset{x=2}{2x-5}\to -1}{x^2+ax+b}=-\infty \to \frac{-1}{0^+}=-\infty$$

پس* $x=2$ ریشه مضاعف مخرج هست. $\longrightarrow (x-2)^2=x^2-4x+4$

$\hookrightarrow a=-4$ ، $b=4 \longrightarrow a+b=4-4=\boxed{0}$

۲   ۲

$$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \longrightarrow \frac{\sqrt[3]{4}}{0^+}=+\infty$$

یعنی $x=\sqrt[3]{4}$ ریشه مضاعف مخرج هست. $\longrightarrow (x-\sqrt[3]{4})^2=x^2\underbrace{-2\sqrt[3]{4}}_{a}x+\underbrace{\sqrt[3]{16}}_{b}$

$$\left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-\sqrt[3]{32}}\right]=\left[\frac{1}{-\sqrt[3]{2}}\right]=\left[\frac{-1}{1/\dots}\right]=\boxed{-1}$$

$$\sqrt[3]{1}<\sqrt[3]{2}<\sqrt[3]{8}\longrightarrow 1<\sqrt[3]{2}<2$$

۳   ۲

$$\lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \longrightarrow \frac{a-1}{\left|\frac{1}{3}+a\right|+a}=-\infty$$

$\to \frac{1}{3}+a>0$ ✓ $\longrightarrow \frac{a-1}{\frac{1}{3}+2a}=-\infty \hookrightarrow 2a=-\frac{1}{3}\to \boxed{a=-\frac{1}{6}}$

$\hookrightarrow \frac{1}{3}+a<0$ ✗

$\to [a]=[-\frac{1}{6}]=\boxed{-1}$

۴   ۲

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{16x-[\frac{-2}{x^2}]}{24x+[\frac{3}{x^2}]}=\frac{16x+17}{24x+12}=\frac{-8+17}{0^+}=\frac{9}{0^+}=\boxed{+\infty}$$

$$x>-\frac{1}{2}\to x^2<\frac{1}{4}\to\frac{-2}{x^2}<-16\to\left[\frac{-2}{x^2}\right]=-17$$

$$\frac{1}{x^2}>4\to\frac{2}{x^2}>8\quad\Big\}\quad x>-\frac{1}{2}\to x^2<\frac{1}{4}\to\frac{1}{x^2}>4\to\frac{3}{x^2}>12\to\left[\frac{3}{x^2}\right]=12$$

۵   ۲

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}=\frac{x^2-4}{x^3-8}=\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

۶   ۰٫۵

$$\lim_{x\to-8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}=\frac{(x+2)(x+8)}{12+6\sqrt[3]{x}}\begin{cases}\xrightarrow{-8^-}\frac{+}{0^-}=\boxed{-\infty}\\ \xrightarrow{-8^+}\frac{-}{0^+}=\boxed{-\infty}\end{cases}$$

	-8		-2	
$+$		$-$		$+$

$$\lim_{x\to-8}\frac{(x+8)(x+2)}{6(2+\sqrt[3]{x})}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}+4-2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}+4-2\sqrt[3]{x}}$$

$$\lim_{x\to-8}\frac{(x+8)(x+2)\times 12}{6(x+8)}\longrightarrow\lim_{x\to-8}\frac{12(x+2)}{6}=2\times(-6)=-12$$

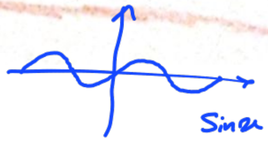
۷   ۱

$$\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}=\frac{0}{0}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}=\frac{\cancel{2}+3x-\cancel{2}+x}{1-\cos^2x}\times\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{4x}{2}=2x\left(\frac{1}{1-\cos^2x}\right)$$

$$=\frac{2x}{1}=\boxed{0}$$

$$\lim_{x\to0^-}\frac{2+3x-2+x}{\sqrt{1-\cos^2x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{2\sqrt{2}}=$$

$$\lim_{x\to0^-}\frac{4x\times\sqrt{2}}{|\sin x|\times2\sqrt{2}}=\lim_{x\to0^-}\frac{4x\times\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}\sin x}\xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}\lim_{x\to0^-}\underbrace{\frac{x}{\sin x}}_{1}\times\frac{4\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}}=-2$$



$$\lim_{x\to 0}\frac{K+\cos(\sqrt{a}\,x)}{Kx^2}=3 \rightarrow \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هم ارزی}} \frac{K+\sqrt{a}x}{Kx^2} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{\sqrt{a}}{2Kx}$$

0 $\boxed{1}$

$$\lim_{x\to 0} K+\cos(\sqrt{a}x)=0 \longrightarrow K+1=0 \longrightarrow K=-1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-1+\cos(\sqrt{a}x)}{-x^2} \xrightarrow{\text{هم ارزی}} \lim_{x\to 0}\frac{-1+1-\frac{(\sqrt{a}x)^2}{2}}{-x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{-ax^2}{2}}{-x^2}=\frac{a}{2} \longrightarrow \frac{a}{2}=3 \longrightarrow a=6$$

$$\frac{a}{K}=\frac{6}{-1}=-6$$

حدمخرج صفر و حاصل حد عددی حقیقی وغیرصفر ← حدصورت نیز برابر صفر بوده

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-27\sqrt{a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}=\frac{0}{0}\rightarrow \times$$

$\boxed{9}$

$$\lim_{x\to 3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}+\frac{3\sqrt{x}-3\sqrt{3a}}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}\right)\rightarrow \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6a}}=\sqrt{\frac{4}{6a}}=\sqrt{\frac{2}{3a}}$$

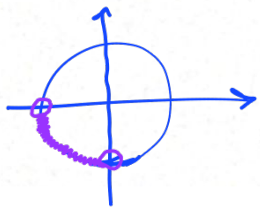
$$\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3(x-3a)}{(\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a})(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3\sqrt{x-3a}\to 0}{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x+3a})}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\frac{2}{\sqrt{6a}}+0$$

0

$$\lim_{x\to(-1)}\frac{1-K[x]}{x^2-1}=-\infty \begin{cases} -1^+ \rightarrow \frac{1+K}{0^-}=-\infty \rightarrow 1+K>0 \rightarrow K>-1 \\ -1^- \rightarrow \frac{1+2K}{0^+}=-\infty \rightarrow 1+2K<0 \rightarrow K<-\frac{1}{2} \end{cases} \longrightarrow \boxed{-1<K<-\frac{1}{2}}$$

1,5 $\boxed{10}$

$$-1<K<-\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} -\pi<K\pi<-\frac{\pi}{2} \\ -1<\cos K\pi<0 \end{cases}$$



ناحیه سوم