۱۸ حسابان - ۱۲ دفتر A

$$\lim_{x\to 2}\frac{4x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \xrightarrow{\text{مخرج}=0} 4+2a+b=0 \quad ①$$

$b=-4-2a$

$$\to \frac{-1}{x^2+ax+b} \to$$ باید همواره + شود پس $\Delta=0$ است

$a^2-4b=0$ ② ۲

$\boxed{a^2+8a+16=0}$

$$\Delta \Rightarrow 64-64=0 \xrightarrow{\Delta=0} \frac{-b}{2a}=\text{ریشه} \qquad \frac{-b}{2a}=\frac{-8}{2}=-4 \to \boxed{a=-4} \text{ و } \boxed{b=4} \xrightarrow{a+b} 0$$

---

⑤

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} \xrightarrow{x=2} \frac{4-4}{8-8}=\frac{0}{0} \text{ مبهم } \xrightarrow{[8^+]=8} \frac{x^2-4}{x^3-8}$$

$$\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+4+2x)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x+2}{x^2+4+2x} \xrightarrow{x=2} \frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$ ۲

---

⑥

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{x=-8} \frac{+64-80+16}{12-12}=\frac{0}{0} \text{ مبهم } \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \frac{2x+10}{0+\frac{6}{3\sqrt[3]{x^2}}}$$ ۲

$$\xrightarrow{x=-8} \frac{-6}{\frac{1}{\frac{6}{12}}}=-12$$

روش نقائی $=\frac{x^2+10+16}{12+6\sqrt[3]{x}}\times\frac{144+36\sqrt[3]{x^2}+72\sqrt[3]{x}}{144+36\sqrt[3]{x^2}+72\sqrt[3]{x}} \xrightarrow[\text{کردن}]{\text{جمع ساده}} -12$

---

⑦

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \xrightarrow{x=0} \frac{0}{0} \text{ مبهم } \xrightarrow{\text{x مزدوج}} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2+x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2+x}}$$

$$\to \frac{\cancel{2}+3x-\cancel{2}+x}{\sqrt{1-\cos x}\times(\sqrt{2+3x}+\sqrt{2+x})} \xrightarrow{\cos x\sim 1-\frac{x^2}{2}} \frac{4x}{\left(\sqrt{1-1+\frac{x^2}{2}}\right)(2\sqrt{2})} \to \frac{4x}{\sqrt{\frac{x^2}{2}\times 8}}=\frac{4x}{|2x|}=\frac{4x}{-2x}=-2$$

$\xrightarrow{x=0} 2\sqrt{2}$

$\sqrt{4x^2}=|2x|$ ۲

$x\to 0^-$ ↳ $-2x$

---

⑧ ① چون مخرج صفر شده و حاصل حد عدد پس صورت هم باید صفر باشد تا حد $\frac{0}{0}$ ایجاد شود

$$\lim_{x\to 0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2}=3 \to$$

① $k+\cos(0)=0$ $\quad k+1=0$ $\quad \boxed{k=-1}$

② $\xrightarrow{\cos x\sim 1-\frac{x^2}{2}} \frac{k+1-\frac{ax^2}{2}}{kx^2} \to \frac{-1+1-\frac{ax^2}{2}}{-x^2}$

③ $\lim_{x\to 0}\frac{ax^2}{2x^2}=3 \xrightarrow[\text{وجواب را صفر قرار نمی‌دهیم}]{\text{هوپیتال می‌زنیم}} \frac{2a\cancel{x}}{4\cancel{x}}=3$ $\quad \boxed{a=6} \to \frac{a}{k}=\boxed{-6}$ ۲

۲

$$\lim_{x\to \sqrt[3]{4}} \frac{a}{x^2+ax+b} = +\infty$$ $\longrightarrow$ مخرج حتماً صفر شده پس $\sqrt[3]{4}$ ریشه مضاعف است

$\frac{-b}{2a} \to \frac{-a}{2} = \sqrt[3]{4}$ $\quad a=-2\sqrt[3]{4}$

$\longrightarrow x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + b \longrightarrow$ باید تابع به فرم مضاعف نوشته بشه یعنی $(x-\sqrt[3]{4})^2$ $\to x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{16} \to$ $b=\sqrt[3]{16}$

$$\left[\frac{b}{a}\right] = \left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}\right] \to \left[\frac{2\sqrt[3]{2}}{-2\sqrt[3]{4}}\right] = \left[-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right] = -1$$ ✓

۲

۹

$$\lim_{x\to 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} \longrightarrow \frac{2\sqrt{x-3a}+3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\times\sqrt{x+3a}}$$ $\xrightarrow{\text{تفکیک}}$

۲

$$\frac{2}{\sqrt{x+3a}} + \frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\cdot\sqrt{x+3a}} \xrightarrow[\text{مزدوج}]{\times} \frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\cdot\sqrt{x+3a}} \times \frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}} = \frac{3(x-3a)}{\sqrt{x-3a}\cdot\sqrt{x+3a}\,(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}$$

$$\lim_{x\to 3a^+} \frac{2}{\sqrt{x+3a}} + \frac{3(x-3a)}{\sqrt{x-3a}\cdot\sqrt{x+3a}\,(\sqrt{x}+\sqrt{3a})} \xrightarrow{x=3a} \frac{2}{\sqrt{6a}} = \sqrt{\frac{4}{6a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$$ ✓

۱۰

$$\lim_{x\to -1} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$$

-1^+: $\frac{1+k}{x^2-1} \to \frac{1+k}{0^-} = -\infty \to 1+k>0$ $\quad k>-1$

-1^-: $\frac{1+2k}{x^2-1} \to \frac{1+2k}{0^+} = -\infty$ $\quad 1+2k<0$ $\quad k<-\frac{1}{2}$

$\xrightarrow{\cap} -1<k<-\frac{1}{2} \to (k\pi, \cos k\pi)$

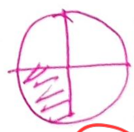
$-1<k<-\frac{1}{2}$

$\boxed{-\pi<k\pi<-\frac{\pi}{2}}$

$-\pi<k\pi<-\frac{\pi}{2}$

$\cos -\pi < \cos k\pi < \cos -\frac{\pi}{2}$

$\boxed{-1<\cos k\pi<0}$



$\to$ ناحیه ۳ ✓

۲

۳

$$\lim_{x\to (\frac{1}{\sqrt{3}})^+} \frac{[-x]+a}{|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a|+a} = -\infty \xrightarrow{\sqrt{3}\simeq 1.7} \left[-\frac{10}{17}\right] = -1$$

$\frac{a-1}{|\frac{1}{3}+a|+a} \xrightarrow{\text{مخرج}=0} |\frac{1}{3}+a| = -a$

① $\frac{1}{3}+a=-a$ $\quad \boxed{a=-\frac{1}{6}}$

② $-\frac{1}{3}-\cancel{a}=-\cancel{a}$ ✗ $\quad [-\frac{1}{6}] = -1$ ✓

۲

سوال ۴)

$$x > -\frac{1}{2} \rightarrow x^2 < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x^2} > 4 \rightarrow \frac{3}{x^2} > 12 \rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right] = 12$$

$$\frac{1}{x^2} > 4 \rightarrow \frac{-2}{x^2} < -8 \rightarrow \left[\frac{-2}{x^2}\right] = -9$$

$$\lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+} \frac{12x+9}{24x+12} = \lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+} \frac{-8+9}{0^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$