Subject:
Year. Month. Date.

مریم توکلی دوازدهم A صبح تکلیف ۲۰

سوال ۱)

$$\lim_{x \to 2} \frac{3x-5}{x^2+ax+b} = -\infty \qquad a+b=?$$

صورت به ازای $x=2$ $\rightarrow 4-5=-1$ پس مخرج به ازای 2^+ و 2^- باید 0^+ باشد

پس فرم مخرج به صورت $(x-2)^2$ است.

$$(x-2)^2 = x^2-4x+4 \rightarrow a=-4 \text{ و } b=4 \rightarrow a+b=-4+4=\boxed{0}$$

سوال ۲)

$$\lim_{x \to \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2+ax+b} = +\infty$$

با توجه به مقدار صورت که $\sqrt[3]{4}$ مثبت است

مخرج باید 0^+ باشد تا حاصل ∞ بشود یعنی فرم مخرج باید به صورت $(x-\sqrt[3]{4})^2$ باشد.

$$(x-\sqrt[3]{4})^2 = x^2 - 2\sqrt[3]{4}\,x + \sqrt[3]{16} \rightarrow b=\sqrt[3]{16}$$

$$a=-2\sqrt[3]{4}$$

$$\left[\frac{b}{a}\right] = \left[\sqrt[3]{\frac{16}{-32}}\right] = \left[\sqrt[3]{\frac{-1}{2}}\right] = \boxed{-1}$$

سوال ۳)

$$\lim_{x \to \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^+} \frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a} = -\infty \qquad [a]=?$$

$$x=\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow -x=-\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow [-x]=-1 \Rightarrow \frac{a-1}{a+\left|\frac{1}{3}+a\right|}$$

$$\rightarrow a>-\frac{1}{3} \rightarrow \frac{a-1}{2a+\frac{1}{3}} = -\infty \Rightarrow a=\left(-\frac{1}{6}\right)^+ \rightarrow \frac{-\frac{7}{6}}{0^+}=-\infty$$

$$a<-\frac{1}{3} \rightarrow \frac{a-1}{-\frac{1}{3}} = -\infty \Rightarrow$$ چنین چیزی نمی‌تواند رخ بدهد!!

$$[a]=\left[-\frac{1}{6}\right]=\boxed{-1}$$

سوال ۴)

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \frac{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]}$$

$$x>-\frac{1}{2} \to \frac{1}{x}<-2$$
$$\to \frac{1}{x^2}>4 \to -\frac{1}{x^2}<-4$$
$$\to -\frac{2}{x^2}<-8 \to \left[-\frac{2}{x^2}\right]=-9$$

$$\frac{1}{x^2}>4 \to \frac{3}{x^2}>12 \to \left[\frac{3}{x^2}\right]=12$$

$$\xrightarrow{x=(-\frac{1}{2})^+} \frac{-8-(-9)}{-12^+ +12} = \frac{+1}{0^+} = \boxed{+\infty}$$

سوال ۵)

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} \qquad x=2^+ \to x^3=8^+ \to [x^3]=8$$

$$\to \frac{x^2-4}{x^3-8} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)} \xrightarrow{x=2} \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

سوال ۶)

$$\lim_{x\to -8} \frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}$$

$$\to \frac{(x+8)(x+2)}{6(2+\sqrt[3]{x})} \to \frac{\cancel{(\sqrt[3]{x}+2)}(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)(x+2)}{6\cancel{(2+\sqrt[3]{x})}}$$

$$\xrightarrow{x=-8} \frac{(4+4+4)(-6)}{6} = \boxed{-12}$$

Subject:
Year. Month. Date.

سوال ۷)

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\to\frac{0}{0}\rightsquigarrow$$ رفع ابهام می‌کنیم.

$$\to\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\underbrace{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}_{2\sqrt{2}}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}$$

$$=\frac{(\cancel{2}+3x\cancel{-2}+x)(\cancel{\sqrt{1+\cos x}})}{\underbrace{\sqrt{1-\cos^2 x}}_{|\sin x|}\,(\underbrace{\cancel{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}}_{2\sqrt{2}})}\xrightarrow{x=0^-}\frac{2\cancel{4}x\times\cancel{\sqrt{2}}}{-\sin x(\cancel{2\sqrt{2}})}$$

$$\xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}\frac{2x}{-x}=\boxed{-2}$$

سوال ۸)

$$\lim_{x\to 0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}\,x)}{kx^2}=3\ \xrightarrow[\cos x=1-\frac{x^2}{2}]{\text{هم‌ارزی}}\ \frac{k+1-\frac{x^2a}{2}}{kx^2}=3$$

حد صحیح است ← پس می‌توانیم x^2 موجود در صورت و مخرج را با همدیگر ساده کنیم!

$$\hookrightarrow k+1=0\Rightarrow \underline{k=-1}\ \xrightarrow{k=-1}\ \frac{\frac{-\cancel{x^2}a}{2}}{-\cancel{x^2}}=\frac{a}{2}=3\Rightarrow \underline{a=6}$$

$$\frac{a}{k}=\frac{6}{-1}=\boxed{-6}$$

سوال ۹)

$$\lim_{x\to 3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$$

$$\to\left.\begin{matrix}\dfrac{2\cancel{\sqrt{x-3a}}}{\cancel{\sqrt{x-3a}}\sqrt{x+3a}}+\dfrac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}\end{matrix}\right\}\longrightarrow\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}$$

$$\longrightarrow\frac{3(\cancel{x-3a})^{\sqrt{x-3a}}}{\cancel{\sqrt{x-3a}}\sqrt{x+3a}(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}$$

$$\frac{2}{\sqrt{x+3a}}+\frac{3\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x+3a}(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}\xrightarrow{x=3a^+}\frac{2}{\sqrt{6a}}+0=\frac{2}{\sqrt{6a}}=\frac{\cancel{2}\sqrt{6a}}{3\cancel{6}a}=\boxed{\frac{\sqrt{6a}}{3a}}$$

Subject:
Year. Month. Date.

سوال ۱۰)

$$\lim_{x\to(-1)} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$$

$x=(-1)^+$, $[x]=-1$ $\rightarrow \frac{k+1}{0^-} = -\infty \Rightarrow k>-1$

$x=(-1)^-$, $[x]=-2$ $\rightarrow \frac{2k+1}{0^+} = -\infty \rightarrow 2k<-1 \Rightarrow k<-\frac{1}{2}$

$$\underline{-1<k<-\frac{1}{2}}$$

$$\xrightarrow{\times \pi} -\pi < k\pi < -\frac{\pi}{2}$$

$\boxed{\text{ناحیه سوم}}$