به علت ننوشتن اسم نمره شما صفر لحاظ می‌شود

۴) مقدار $\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \frac{16x - [-\frac{2}{x^2}]}{24x + [\frac{3}{x^2}]}$ را بیابید.

$x > -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 0 < x^2 < \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{x^2} > 4 \xrightarrow{\times(-2)} \frac{-2}{x^2} < -8 \to [\frac{-2}{x^2}] = -9$

$x > \frac{-1}{2} \to 0 < x^2 < \frac{1}{4} \to 4 < \frac{1}{x^2} \xrightarrow{\times 3} 12 < \frac{3}{x^2} \to [\frac{3}{x^2}] = 12$

$\frac{16x+9}{24x+12} = \frac{1}{-12^+ + 12} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ ✓ 2

$(x > -\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 24} 24x > -12)$

۵) حاصل $\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}$ را بیابید.

$\frac{x^2-4}{x^3-8} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+4+2x)} = \frac{4}{4+4+4} = \frac{1}{3}$ ✓ 2

۶) حد عبارت $\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}$ وقتی $x \to -8$ را بیابید.

$\frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \frac{2x+10}{\frac{6}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{-6}{\frac{6}{12}} = \frac{-6}{\frac{1}{2}} = -12$ ✓ 2

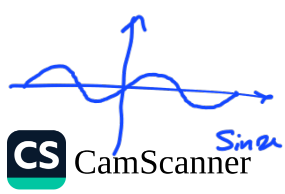
۷) حاصل $\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}$ را بدست آورید. 1

$\frac{0}{0} \to \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{|\sin\frac{x}{2}|\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{-\sin\frac{x}{2}} \underset{\text{هم‌ارزی}}{=} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{-\frac{x}{2}} \underset{\text{هم‌ارزی}}{=} \frac{\frac{3}{2\sqrt{2+3x}}+\frac{1}{2\sqrt{2-x}}}{-1}$

$(-1)\left(\frac{3}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = (-1)\left(\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}\sqrt{2}}\right) = -\sqrt{2}$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \times \frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}} \to \lim_{x\to 0^-} \frac{2+3x-2+x}{\sqrt{1-\cos^2 x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{2\sqrt{2}} =$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{4x\times\sqrt{2}}{|\sin x|\times 2\sqrt{2}} = \lim_{x\to 0^-} \frac{4x\times\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}\sin x} \xrightarrow{\text{فشردگی}} \lim_{x\to 0^-} \underbrace{\frac{x}{\sin x}}_{1} \times \frac{4\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = -2$



سوال ۱

x به سمت ۲ میل می‌کند ← صورت منفی ← $x=2$ ریشه مضاعف عبارت مخرج است.

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=\lim_{x\to 2}\frac{-1}{x^2+ax+b}\to x^2+ax+b=(x-2)^2\to\begin{cases}a=-4\\ b=4\end{cases}\to a+b=0$$

سوال ۲

$$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2+ax+b}\to x^2+ax+b=(x-\sqrt[3]{4})^2\to\begin{cases}a=-2\sqrt[3]{4}\\ b=\sqrt[3]{16}\end{cases}$$

$$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}=\frac{2^{\frac{4}{3}}}{-2\times 2^{\frac{2}{3}}}=(-2)^{-\frac{1}{3}}=\frac{-1}{\sqrt[3]{2}}\xrightarrow{\sqrt[3]{2}\simeq 1}\left[\frac{b}{a}\right]=-1$$

سوال ۳

حاصل حد به $-\infty$ میل کرده ← مخرج به صفر میل می‌کند.

$$\lim_{x\to\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^+}=\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|=\left|\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+a\right|+a=0\to\left|\frac{1}{3}+a\right|+a=0$$

$$\to\begin{cases}a\geqslant-\frac{1}{3}\to 2a+\frac{1}{3}=0\to a=\frac{-1}{6}\ \checkmark\\ a<-\frac{1}{3}\to -a-\frac{1}{3}+a=0\ \times\end{cases}\to[a]=\left[-\frac{1}{6}\right]=-1$$

سوال ۸

حد مخرج صفر و حاصل حد عددی حقیقی و غیرصفر ← حد صورت نیز برابر صفر بوده

$$\lim_{x\to 0}K+\cos(\sqrt{a}x)=0\to K+1=0\to K=-1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-1+\cos(\sqrt{a}x)}{-x^2}\xrightarrow{\text{هم ارزی}}\lim_{x\to 0}\frac{-1+1-\frac{(\sqrt{a}x)^2}{2}}{-x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{-ax^2}{2}}{-x^2}=\frac{a}{2}\to\frac{a}{2}=3\to a=6$$

$$\frac{a}{K}=\frac{6}{-1}=-6$$

سوال ۹

$$\lim_{x\to 3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}+\frac{3\sqrt{x}-3\sqrt{3a}}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}\right)\to$$

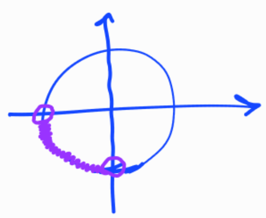
$$\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{2(x-3a)}{\left(\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3a}\right)}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{\overbrace{3\sqrt{x-3a}}^{\to 0}}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{3a}\right)\left(\sqrt{x+3a}\right)}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\frac{2}{\sqrt{6a}}+0$$

$$\to\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6a}}=\sqrt{\frac{4}{6a}}=\sqrt{\frac{2}{3a}}$$

سوال ۱۰

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1-K[x]}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1-K(-1)}{0^-}=\dfrac{1+K}{0^-}=-\infty\to 1+K>0\to K>-1\quad(\mathrm{I})\\[2ex] \lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{1-K[x]}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{1-K(-2)}{0^+}=\dfrac{1+2K}{0^+}=-\infty\to 1+2K<0\to K<-\dfrac{1}{2}\quad(\mathrm{II})\end{cases}$$

$$(\mathrm{I})\cap(\mathrm{II})\longrightarrow -1<K<-\frac{1}{2}\to\begin{cases}-\pi<K\pi<-\frac{\pi}{2}\\ -1<\cos K\pi<0\end{cases}$$



ناحیه سوم