نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲ ... کلاس ... دوازدهم ریاضی A .....

۱

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \xrightarrow[x\to 2]{\text{جایگذاری}} \lim_{x\to 2}\frac{-1}{x^2+ax+b}=-\infty$$

باید مخرج همواره (۵) بعد تا پاسخ (−∞) شود.

$$\Rightarrow x^2+ax+b=(x-2)^2 \Rightarrow x^2+ax+b=x^2-4x+4 \Rightarrow a=-4,\ b=4 \ /\ a+b=-4+4=0$$

۲

$$\lim_{x\to \sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \xrightarrow[x=\sqrt[3]{4}]{\text{جایگذاری}} \lim_{x\to \sqrt[3]{4}}\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2+ax+b}=+\infty$$

همانند سوال قبل، مخرج باید همواره (۵) شود. ← (دارای $\sqrt[3]{4}$ ۰ x) تا پاسخ حد (+∞) شود.

$$\Rightarrow x^2+ax+b=(x-\sqrt[3]{4})^2 \Rightarrow x^2+ax+b=x^2-2\sqrt[3]{4}x+(\sqrt[3]{4})^2 \Rightarrow a=-2\sqrt[3]{4},\ b=(\sqrt[3]{4})^2$$

$$\left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{(\sqrt[3]{4})^2}{-2\sqrt[3]{4}}\right]=\left[-\frac{2^{\frac{2}{3}}}{2}\right]=\left[-2^{-\frac{1}{3}}\right]=\left[-\frac{1}{\sqrt[3]{8}}\right]=[-1]$$

۳

$$\lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \xrightarrow{\text{مخرج باید صفر باشد}} \left|\frac{1}{\sqrt{3}}+a\right|+a=0 \Rightarrow a=-\frac{1}{6},\ [a]=-1$$

۴

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{6})^+}\frac{12x-\left[-2\times\frac{1}{x^2}\right]}{24x+\left[3\times\frac{1}{x^2}\right]} \Rightarrow \lim_{x\to(-\frac{1}{6})^+}\frac{12x-\overbrace{\left[-2\times 4^+\right]}^{-8^+}}{24x+\underbrace{\left[3\times 4^+\right]}_{12^+}} \to \lim_{x\to(-\frac{1}{6})^+}\frac{12x+8}{24x+12}=\lim_{x\to(-\frac{1}{6})^+}\frac{8(2x+3)}{12(2x+1)}=\frac{8}{12}=\frac{1}{12}$$

۵

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} \to \lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8^+}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

Scanned with CamScanner

۶

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^2+10x+16}{12+4\sqrt[3]{x}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \text{مبهم} \Rightarrow \lim_{x\to -1} \frac{x^2+10x+16}{4\left(3+\sqrt[3]{x}\right)} \times \frac{\left(4+(\sqrt[3]{x})^2+2\sqrt[3]{x}\right)}{\left(4+(\sqrt[3]{x})^2+2\sqrt[3]{x}\right)} = \lim_{x\to -1} \frac{(x+2)(x+8)\left(4+(\sqrt[3]{x})^2-2\sqrt[3]{x}\right)}{4(1+x)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to -1} \frac{(x+2)(1+x)^2}{4} = \boxed{-12}$$

۷

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \longrightarrow \lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{\frac{x^2}{2}}} \overset{H\circ P}{\longrightarrow} \lim_{x\to 0^-} \frac{\frac{3}{2\sqrt{2+3x}}+\frac{1}{2\sqrt{2-x}}}{-\sqrt{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0^-} \frac{4}{-2\sqrt{\frac{1}{2}}} = \boxed{-2}$$

۸

$$\lim_{x\to 0} \frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} \overset{H\circ P}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-\sqrt{a}\sin(\sqrt{a}x)}{2kx} \overset{H\circ P}{\to} \lim_{x\to 0} \frac{-a\cos(\sqrt{a}x)}{2k} = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-a}{2k} = 3 \Rightarrow \boxed{\frac{a}{k} = -6}$$

۹

$$\lim_{x\to(3a)^+} \frac{2\sqrt{x-3a}+3\left(\sqrt{x}-\sqrt{3a}\right)}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}} \times \frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}} = \lim_{x\to(3a)^+} \frac{\sqrt{x-3a}\left(2\left(\sqrt{x}+\sqrt{3a}\right)+3\sqrt{x-3a}\right)}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}\left(\sqrt{x}+\sqrt{3a}\right)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to(3a)^+} \frac{2\left(\sqrt{x}+\sqrt{3a}\right)+3\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x+3a}\left(\sqrt{x}+\sqrt{3a}\right)} = \frac{4\sqrt{3a}}{\sqrt{6a}\times 4\sqrt{3a}} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{6a}}}$$

۱۰

$$\lim_{x\to -1} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty \quad \begin{cases} \lim\limits_{x\to(-1)^+} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \frac{1+k}{0^+} = -\infty \Rightarrow 1+k<0 \Rightarrow k<-1 & (1) \\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to(-1)^-} \frac{1+2k}{0^+} = -\infty \Rightarrow 1+2k<0 \Rightarrow k<-\frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

$$(1)\cap(2) \Rightarrow -1<k<-\frac{1}{2} \hookrightarrow -\pi < k\pi < -\frac{\pi}{2}$$

$$\hookrightarrow \cos(-\pi) < \cos k\pi < \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow -1 < \cos k\pi < 0$$

طول و عرض نقاط واقع شده مستقل است

در نتیجه ناحیه سوم