۱۸ (سارا امینی راد)

①

$$\frac{2x-5}{x^2+ax+b} \xrightarrow{\text{جایگذاری } 2} \frac{-1}{} = -\infty \Rightarrow a+b=-4+4=0$$

باید 0^+ باشد ← پس

$$(x-2)^2 \leftarrow x^2-4x+4 \qquad a=-4 \quad b=4$$

۲

②

$$\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \xrightarrow{x\to\sqrt[3]{4}} \frac{\sqrt[3]{4}}{}=+\infty$$

بنابراین 0^+ است

$$(x-\sqrt[3]{4})^2$$

$$x^2-2\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{16} \longrightarrow a=-2\sqrt[3]{4} \qquad b=\sqrt[3]{16}=2\sqrt[3]{2}$$

$$8\times 2$$

$$\left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{2\sqrt[3]{2}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]=\left[-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right]=-1$$

۲

③

$$\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \longrightarrow \frac{\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}\right]+a}{\left|\left(\frac{1}{3}\right)^{+}+a\right|+a}=-\infty \rightarrow \frac{-1+a}{\left|\frac{1}{3}^{+}+a\right|+a}=-\infty$$

$$x\to\left(\frac{+1}{\sqrt{3}}\right)^{+}=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{+}$$

چون جواب بی‌نهایت شده ← پس مخرج صفر کوچک بوده 0^+

$$\frac{1}{3}+a+a=0 \rightarrow 2a=-\frac{1}{3} \rightarrow a=-\frac{1}{6}$$

$$\left[-\frac{1}{6}\right]=-1$$

۲

④

$$\rightarrow x>-\frac{1}{2} \rightarrow x^2<\frac{1}{4} \rightarrow -x^2>-\frac{1}{4} \rightarrow -\frac{1}{x^2}<-4 \rightarrow -\frac{2}{x^2}<-8$$

$$\left[-\frac{2}{x^2}\right]=-9$$

$$\lim_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^{+}} \frac{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]} \Rightarrow \frac{(-8)-(-9)}{(-12)^{+}+12}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

$$x>-\frac{1}{2} \rightarrow x^2<\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x^2}>4 \rightarrow \frac{3}{x^2}>12 \rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right]=12$$

$$x>-\frac{1}{2} \rightarrow 24x>-12$$

۲

⑤

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x^3-\underbrace{[x^3]}_{8}} = \frac{x^2-4}{x^3-8} = \frac{(\cancel{x-2})(x+2)}{(\cancel{x-2})(x^2+2x+4)} = \frac{x+2}{x^2+2x+4} = \frac{4}{4+4+4}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

۲

⑥

$$\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{2x+10}{\frac{6\times 1}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{\overset{-16}{\cancel{2(-8)}}+10}{\frac{1}{\frac{6}{3\sqrt[3]{64}}}} = \frac{-6}{\frac{1}{\frac{6}{12}}} = -12$$

۲

⑦

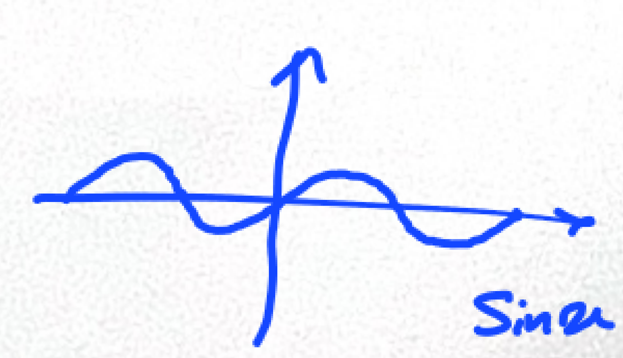
$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} = \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{(1-\cos x)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{3}{2\sqrt{2+3x}}-\frac{-1}{2\sqrt{2-x}}}{1-\frac{1}{2}\cos x} = \frac{\frac{3}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{4}{2\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

۱

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \times \frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}} \longrightarrow \lim_{x\to 0^-} \frac{2+3x-2+x}{\sqrt{1-\cos^2 x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۲ درسته

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{4x\times\sqrt{2}}{|\sin x|\times 2\sqrt{2}} = \lim_{x\to 0^-} \frac{4x\times\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}\sin x} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim_{x\to 0^-} \underbrace{\frac{x}{\sin x}}_{1} \times \frac{4\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = -2$$



(سارا امینی راد)

بنابراین صورت و مخرج هر دو صفر حدی شده‌اند

۸

$$\lim_{x\to 0}\frac{K+\cos(\sqrt{a}\,x)}{Kx^2}=3 \quad K+\cos(\sqrt{a}\times 0) \Rightarrow K+\cos 0=0 \to K=-1$$

$$\boxed{\frac{a}{K}=\frac{6}{-1}=-6}$$

$$\frac{-1+\cos\sqrt{a}\,x}{(-1)\,x^2} \Rightarrow \frac{1-\cos\sqrt{a}\,x}{x^2} \Rightarrow \frac{1-\cos(cx)}{x^2}=\frac{c^2}{2}=\frac{a}{2}=3 \quad a=6$$

۲

۹

$a>0$

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+\cancel{3\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{27a}}}{\sqrt{x^2-9a^2}} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x+3a}}=\frac{2}{\sqrt{9a}}=\frac{2}{3\sqrt{a}}$$

$\sqrt[3]{27a}=\sqrt[3]{27a}$

$$\frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}=\frac{2\cancel{\sqrt{x-3a}}}{\cancel{\sqrt{x-3a}}\sqrt{x+3a}}$$

(جواب پایین صفحه)

۱

۱۰

$$\lim_{x\to -1}\frac{1-K[x]}{x^2-1}=-\infty$$

$(-1)^+$: $\frac{1-K(-1)}{0^-}=\frac{1+K}{0^-}=-\infty \to 1+K>0 \to K>-1$

$(-1)^-$: $\frac{1-K(-2)}{0^+}=\frac{1+2K}{0^+}=-\infty \to 1+2K<0 \to 2K<-1$, $K<-\frac{1}{2}$

$-1<K<-\frac{1}{2}$

نقاط $(K\pi,\ \cos K\pi)$ ناحیه ۳

۲

سوال ۹

$$\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{2(x-3a)}{(\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a})(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{2\sqrt{x-3a}\to 0}{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x+3a})}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\frac{2}{\sqrt{6a}}+0$$

$$\to \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6a}}=\sqrt{\frac{4}{6a}}=\sqrt{\frac{2}{3a}}$$