سوال ۹

$$\lim_{x\to 3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a}\,\sqrt{x+3a}}+\frac{3\sqrt{x}-3\sqrt{3a}}{\sqrt{x-3a}\,\sqrt{x+3a}}=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\,\sqrt{x+3a}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}\right)\rightarrow$$

$$\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{2(x-3a)}{(\sqrt{x-3a}\,\sqrt{x+3a})(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3\sqrt{x-3a}\to 0}{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x+3a})}\right)=\lim_{x\to 3a^+}\frac{2}{\sqrt{6a}}+0$$

$$\rightarrow\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6a}}=\sqrt{\frac{4}{6a}}=\sqrt{\frac{2}{3a}}$$

۱۲

۲۱ ذی القعده ۱۴۳۹

حلها محمودی ۶ دوازدهم جمعم

۱) ★ $x=2$ ریشه مضاعف مخرج است.

$$x^2+ax+b=(x-2)^2=x^2-4x+4$$

$$\Rightarrow a=-4\ ,\ b=4\qquad a+b=-4+4=0$$

۲

سوال ۲

$$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2+ax+b}\rightarrow x^2+ax+b=(x-\sqrt[3]{4})^2\rightarrow\begin{cases}a=-2\sqrt[3]{4}\\ b=\sqrt[3]{16}\end{cases}$$

$$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}=\frac{2^{\frac{4}{3}}}{-2\times 2^{\frac{2}{3}}}=(-2)^{-\frac{1}{3}}=\frac{-1}{\sqrt[3]{2}}\xrightarrow{\sqrt[3]{2}\simeq 1}\left[\frac{b}{a}\right]=-1$$

سوال ۱۳ حاصل حد به $-\infty$ میل کرده ← مخرج به صفر میل می‌کند.

$$\lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+} = \left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right| = \left|\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+a\right|+a=0 \to \left|\frac{1}{3}+a\right|+a=0$$

$$\to \begin{cases} a\geq -\frac{1}{3} \to 2a+\frac{1}{3}=0 \to a=\frac{-1}{6} \checkmark \\ a< -\frac{1}{3} \to -a-\frac{1}{3}+a=0 \quad \times \end{cases} \to [a]=[-\tfrac{1}{6}]=-1$$

5 August 2018 **۱۴**

مرداد ۱۳۹۷

۲۲ ذی القعده ۱۴۳۹

④،

$$x>\frac{-1}{2} \Rightarrow x^2<\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2}>4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{-2}{x^2}<-8 \Rightarrow [\frac{-2}{x^2}]=-9 \\ \frac{3}{x^2}>12 \Rightarrow [\frac{3}{x^2}]=12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to-\frac{1}{2}^+} \frac{16x-(-9)}{24x+12} = \frac{-8+9}{(-12)^++12} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۲

⑤،

$$x\to 2^+ \Rightarrow [x^3]=8$$

$$\lim \frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} = \frac{x^2-4}{x^3-8} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+4+2x)} \Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \checkmark$$

۲

⑥،

$$\lim_{x\to-8} \frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} \xRightarrow{HOP} \frac{2x+10}{6(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}})} = \frac{-6}{6(\frac{1}{12})} = -12 \checkmark$$

۲

⑦،

$$\lim_{x\to0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}} \times \frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}$$

۲

$$= \lim_{x\to0^-} \frac{(2+3x-2+x)(\sqrt{2})}{(\sqrt{1-\cos^2 x})(2\sqrt{2})} = \frac{4x}{2|\sin x|} = \frac{2x}{-\sin x} = -2 \checkmark$$

سوال ۱۸ حد مخرج صفر و حاصل حد عددی حقیقی و غیرصفر ← حد صورت نیز برابر صفر بوده

$$\lim_{x\to0} k+\cos(\sqrt{a}x)=0 \to k+1=0 \to k=-1$$

$$\lim_{x\to0} \frac{-1+\cos(\sqrt{a}x)}{-x^2} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim_{x\to0} \frac{-1+1-\frac{(\sqrt{a}x)^2}{2}}{-x^2} = \lim_{x\to0} \frac{\frac{-ax^2}{2}}{-x^2} = \frac{a}{2} \to \frac{a}{2}=3 \to a=6$$

$$\frac{a}{k}=\frac{6}{-1}=-6$$

۲۳ ذی القعده ۱۴۳۹

(10) ;

$$\lim_{x\to(-1)^-} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = \frac{1+2k}{0^+} = -\infty \Rightarrow 1+2k<0$$

$$\lim_{x\to(-1)^+} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = \frac{1+k}{0^-} = -\infty \Rightarrow 1+k>0$$

4

$$k<\frac{-1}{2}\ ,\ k>-1 \Rightarrow -1<k<\frac{-1}{2}$$

$$\begin{cases} -\pi < k\pi < \frac{-\pi}{2} \\ -1 < \cos k\pi < 0 \end{cases} \Longrightarrow$$ طول وعرض منفی ⟸ ناحیه سوم