Subject:
Year. Month. Date. ( )

۱۴/۷۵

به نام خدا — نیایش زندی — تکلیف شماره ۲۰ — دوازدهم دش A

۱- $\lim_{x \to ۲} \frac{۲x-۵}{x^۲+ax+b} = -\infty$ $\quad ۲(۲)-۵=-۱<۰ \Longrightarrow x^۲+ax+b>۰$

باید مخرج ریشه مضاعف ۲ را داشته باشد که هم از چپ و هم از راست + باشد

$\boxed{a+b=۰} \longleftarrow b=۴ , a=-۴ \longleftarrow x^۲-۴x+۴ \longleftarrow (x-۲)^۲$

۲

۲- $\lim_{x \to (\sqrt[۳]{۴})} \frac{x}{x^۲+ax+b} = +\infty$ $\quad \sqrt[۳]{۴}>۰ \quad x^۲+ax+b>۰$

$(x-\sqrt[۳]{۴})^۲ = x^۲ + \sqrt[۳]{۱۶} - ۲\sqrt[۳]{۴}x \quad a=-۲\sqrt[۳]{۴} \quad b=\sqrt[۳]{۱۶}$

$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt[۳]{۱۶}}{-۲\sqrt[۳]{۴}} \quad \left[\frac{b}{a}\right] = \left[-\frac{۱}{۲}\times\underbrace{\sqrt[۳]{۴}}_{۱/۵۸}\right] = \left[-\frac{۱/۵۸}{۲}\right] = -۱$

۲

۳- $\lim_{x \to (\frac{۱}{\sqrt{۳}})^+} \frac{-۱+a}{\left|\frac{\sqrt{۳}}{۳}x+a\right|+a} = -\infty$

حاصل حد به $-\infty$ میل کرده ← مخرج به صفر میل می‌کند.

$\lim_{x \to (\frac{۱}{\sqrt{۳}})^+} \left|\frac{\sqrt{۳}}{۳}x+a\right| = \left|\frac{۱}{\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}}{۳}+a\right|+a=۰ \to \left|\frac{۱}{۳}+a\right|+a=۰$

$-۱+a>۰ \quad a>۱ \quad \frac{\sqrt{۳}}{۳}x+۲a<۰ \quad \frac{۱}{۳}+۲a<۰ \quad ۲a<-\frac{۱}{۳} \quad a<-\frac{۲}{۳}$ غ ق ق

$-۱+a<۰ \quad a<۱ \quad \underbrace{\left|\frac{\sqrt{۳}}{۳}x+a\right|}_{\text{مولد تاقض}}+a>۰ \quad a>۰ \quad ۰<a<۱ \quad \boxed{[a]=۰}$

$\to \begin{cases} a\geq-\frac{۱}{۳} \to ۲a+\frac{۱}{۳}=۰ \to a=\frac{-۱}{۶} ✓ \\ a<-\frac{۱}{۳} \to -a-\frac{۱}{۳}+a=۰ \quad ✗ \end{cases} \to [a]=\left[-\frac{۱}{۶}\right]=-۱$

۰/۲۵

۴- $\lim_{x \to (-\frac{۱}{۲})^+} \frac{۱۶x-\left[-\frac{۲}{x^۲}\right]}{۲۴x+\left[\frac{۳}{x^۲}\right]} = \frac{۱۶x+۹}{۲۴x+۱۲} = \frac{۱}{۰^+} = \cancel{-\infty}$ $+\infty$

۱/۷۵

۵- $\lim_{x \to ۲^+} \frac{x^۲-۴}{x^۳-[x^۳]} = \frac{x^۲-۴}{x^۳-۸} = \frac{\cancel{(x-۲)}(x+۲)}{\cancel{(x-۲)}(x^۲+۴+۲x)} = \frac{۴}{۱۲} = \boxed{\frac{۱}{۳}}$

۲

۶- $\frac{x^۲+۱۰x+۱۶}{۱۲+۶\sqrt[۳]{x}} \xrightarrow{hop} \frac{۲x+۱۰}{\frac{۶}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}} = \frac{-۱۶+۱۰}{-۲+\frac{۶}{۱۲}} = \frac{-۶}{-\frac{۳}{۲}} = \boxed{۴}$

۰

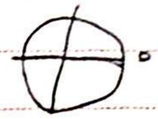
$\lim_{x \to -۸} \frac{x^۲+۱۰x+۱۶}{۱۲+۶\sqrt[۳]{x}} = \lim_{x \to -۸} \frac{(x+۸)(x+۲)}{۶(۲+\sqrt[۳]{x})} \times \frac{\sqrt[۳]{x^۲}+۴-۲\sqrt[۳]{x}}{\sqrt[۳]{x^۲}+۴-۲\sqrt[۳]{x}} \to$

$\lim_{x \to -۸} \frac{(x+۸)(x+۲)\times ۱۲}{۶(x+۸)} \to \lim_{x \to -۸} \frac{۱۲(x+۲)}{۶} = ۲\times(-۶) = -۱۲$

PAPCO

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} = \frac{2+3x-2+x}{\sqrt{1-\cos x}} \times \frac{1}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}} =$$ ۷-



$$\frac{4x}{\sqrt{1-(1-\frac{x^2}{2})}} \times \frac{1}{2\sqrt2} = \frac{4x}{\sqrt{\frac{x^2}{2}}}\times\frac{1}{2\sqrt2} = \frac{\frac{4x}{1}}{\frac{|x|}{\sqrt2}}\times \frac{1}{2\sqrt2}$$

$$= \frac{4\sqrt2\, \cancel{x}}{-\cancel{x}} \times \frac{1}{2\sqrt2} = \frac{-4\sqrt2}{2\sqrt2} = \boxed{-2}$$

۲

۸- چون صفر مخرج را صفر می‌کند پس صورت را هم باید صفر کند

$$\lim_{x\to 0}\frac{k+1-\frac{ax^2}{2}}{\ldots} = 3$$

$k=-1$

$$\lim \frac{-1+\cos(\sqrt a x)}{-x^2} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim_{x\to0}\frac{-1+1-\frac{(\sqrt a x)^2}{2}}{-x^2} = \lim_{x\to0}\frac{\frac{-ax^2}{2}}{-x^2} = \frac a2 \to \frac a2 = 3 \to a=6$$

هم ارزی

$$\frac{\frac{-ax^2}{2}}{\frac{\cancel{x^2}}{1}} = 3 \qquad \frac{-a}{2}=3 \qquad a=-6 \qquad \frac ak = \frac{-6}{-1} = \boxed{6}$$

$$\frac ak = \frac{6}{-1} = -6$$

۱

۹-

۳

$$\xrightarrow{hop} \frac{\left(\sqrt{x-3a}+\frac{2}{2\sqrt{x-3a}}\right)'+\left(\sqrt x+\frac{3}{2\sqrt x}\right)-0}{\frac{2x}{2\sqrt{x^2-9a^2}}} = \frac{x-3a+2}{2\sqrt{x-3a}}+\frac{2x+3}{2\sqrt x}$$

$$\sqrt{x-3a}\times\sqrt{x+3a} \leftarrow \frac{2x}{2\sqrt{x^2-9a^2}}$$

$$= \frac{\left(\sqrt x(x-3a+2)+\sqrt{x-3a}\,(2x+3)\right)\sqrt{x+3a}}{2x\sqrt x} = \frac{\sqrt{6a}\times 2\times\cancel{\sqrt{3a}}}{\overset{3}{\cancel{6}}a\times\cancel{\sqrt{3a}}} = \boxed{\frac{\sqrt{6a}}{3a}}$$

۱۰-

$$\lim_{x\to(-1)}\frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$$

۱,۵

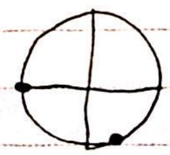
	-1		1	
+		-		+

-1^+ $\quad \frac{1+k}{x^2-1} = -\infty$ $\xrightarrow{\text{با توجه به جدول تعیین علامت مخرج منفی است}}$ $1+k>0 \qquad k>-1$

-1^- $\quad \frac{1+2k}{x^2-1} = -\infty$ $\xrightarrow{\text{با توجه به جدول تعیین علامت مخرج مثبت است}}$ $1+2k<0 \qquad k<-\frac12$

$$\left.\begin{matrix}k>-1\\ k<-\frac12\end{matrix}\right\} -1<k<-\frac12$$

$-\pi$

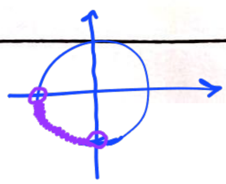


$\cos(-\pi) = -1$ Rad

$\to \cos(-\frac12\pi)=0$ $\Longrightarrow$ ناحیه سوم و چهارم

$-\frac12\pi$

$$-1<k<-\frac12 \to \begin{cases}-\pi<k\pi<-\frac\pi2\\ -1<\cos k\pi<0\end{cases}$$



ناحیه سوم