۱۸٫۵

نام و نام خانوادگی ...... [illegible] ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲.. کلاس ...دوازدهم ریاضی A...	

۱

$\lim_{x\to 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty \xrightarrow{x=2} \frac{4-5}{4+2a+b} = \frac{-1}{4+2a+b}$ → چون بی‌نهایت شده مخرج صفر شده (A)

حالت مبهم ← صورت منفی، مخرج 0^+ ✓ — صورت منفی، مخرج 0^- ✗

با توجه به اینکه جواب ∞- شده حالت و صورت منفی است پس مخرج 0^+ است

x به سمت ۲ میل می‌کند ← صورت منفی ← x=۲ ریشه مضاعف عبارت مخرج است.

(A) $: 4+2a+b=0$

مشتق هم باید صفر شود: $2x+a=0 \xrightarrow{x=2} 4+a=0$, $a=-4$ → $4-2(-4)+b=0$, $b=-4$

$a+b=-12$

$\to x^2+ax+b=(x-2)^2 \to \begin{cases} a=-4 \\ b=4 \end{cases} \to a+b=0$

۲

$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^3+ax+b} = +\infty$ $\quad [\frac{b}{a}] = ?$

با توجه به اینکه به $+\infty$ میل کرده است صورت مثبت است ← صورت مثبت، مخرج صفر ✓ — صورت منفی، مخرج صفر ✗

$x=$ صورت $\to x=\sqrt[3]{4}$, $x>0$

$\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^6}+\sqrt[3]{2^2}a+b} \Rightarrow +\infty \to 2^{2}+2^{\frac{2}{3}}a+b=0$

مشتق صفر: $3x^2+a=0 \to a=-3\sqrt[3]{16}$

$\to 2\sqrt[3]{2}\ldots + b = 0 \to b=2\sqrt[3]{4}$

$[\frac{b}{a}] \to [-\frac{2\sqrt[3]{4}}{3\sqrt[3]{16}}] = [-\frac{1}{3\sqrt[3]{2}}] = -1$ ✓

۳

$\lim_{x\to (\frac{-1}{\sqrt{3}})^+} \frac{[-x]+a}{|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a|+a} = -\infty$ $\quad [a]=?$

حالت ۱ ← صورت مثبت، مخرج 0^- — حالت ۲ ← صورت منفی، مخرج 0^+

$\frac{[-\frac{1}{\sqrt{3}}]+a}{|\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}+a|+a} = -\infty \to \frac{-1+a}{|\frac{1}{3}+a|+a}$ ← صورت منفی باشد، مخرج صفر شود

$\frac{1}{3}+2a=0$, $a=-\frac{1}{6} \to [a]=-1$ ✓

۴

$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \frac{16x-[\frac{-2}{x^2}]}{24x+[\frac{3}{x^2}]}$ ← داخل براکت‌ها را مشخص می‌شود

$x>-\frac{1}{2}$, $x^2<\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{x^2}<-4$, $-\frac{2}{x^2}<-8 \to [\frac{-2}{x^2}]=-9$

$x>-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{x^2}>4$, $\frac{3}{x^2}>12 \to [\frac{3}{x^2}]=12$

$\frac{16(-\frac{1}{2})-(-9)}{24(-\frac{1}{2})+12} = \frac{-8+9}{-12+12} = \frac{1}{0^+} \to +\infty$ ✓

۵

$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}$ ← داخل براکت مشخص می‌شود

$x>2$, $x^3>8$, $[x^3]=8 \to \frac{4-4}{8^+-8} \Rightarrow \frac{0}{0}$ ← رفع ابهام

راه ۱: هوپیتال $\frac{2x}{3x^2} = \frac{2}{3x} \to \frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

راه ۲: $\to \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+4+2x)} \xrightarrow{x=2} \frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ ✓

Scanned with CamScanner

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} \longrightarrow \frac{64-80+16}{12-12}=\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} HOP$$

$$\xrightarrow{HOP} \frac{2x+10+0}{0+6\times\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} \xrightarrow{x=-8} \frac{-6}{6\times\frac{1}{12}} = -12$$

۲ ۶

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \longrightarrow \frac{\sqrt2-\sqrt2}{\sqrt{1-1}}=\frac{0}{0} \longrightarrow \text{رفع ابهام}$$

$$\longrightarrow \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}} \Rightarrow \frac{\cancel{2}+3x-\cancel{2}+x}{\underbrace{\sqrt{1-\cos^2 x}}_{\sin^2 x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}$$

$$\Rightarrow \frac{4x}{|\sin x|}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}} \xrightarrow[x\to 0^-]{\sin x<0} \xrightarrow[\sin x\approx x]{\text{هم‌ارزی}} \frac{4x}{-x}\times\frac{\sqrt{1+1}}{2\sqrt2} \Rightarrow -4\times\frac{1}{2}=-2$$

۲ ۷

$$\lim_{x\to 0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^2}=3 \longrightarrow$$ چون عدد داده و مخرج صفر شده پس کسر $\frac{0}{0}$ بوده $\longrightarrow k+\cos 0=0$, $k=-1$

$$\longrightarrow \frac{-1+\cos(\sqrt{a}x)}{-x^2} \xrightarrow[\cos ax\approx 1-\frac{x^2}{2}]{\text{رفع ابهام / هم‌ارزی}} \frac{-1+\left(1-\frac{ax^2}{2}\right)}{-x^2} \Rightarrow \frac{ax^2}{2x^2}=\frac{a}{2}\Rightarrow 3$$

$\boxed{a=6}$

$\frac{a}{k} \Rightarrow \frac{6}{-1}=-6$

۲ ۸

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} \longrightarrow \frac{2\sqrt{3a-3a}+3\sqrt{3a}-3\sqrt{3a}}{\sqrt{9a^2-9a^2}} \longrightarrow \frac{0}{0} \longrightarrow \text{رفع ابهام}$$

$\hookrightarrow 2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-3\sqrt{3a}$

$$\lim_{x\to 3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3(x-3a)}{\sqrt{x-3a}\times\sqrt{x+3a}\times(\sqrt{x}+\sqrt{3a})} \longrightarrow \frac{\sqrt{x-3a}\left(2+3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})\right)}{\sqrt{x-3a}\times\underbrace{\sqrt{x+3a}}_{\sqrt{6a}}\times\underbrace{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}_{2\sqrt{3a}}}$$

$$\longrightarrow \frac{2}{6\sqrt{2a^2}} \quad \lim_{a\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3\sqrt{a-3a}\to 0}{(\sqrt{6a}+\sqrt{3a})(\sqrt{a}+\sqrt{3a})}\right)=\lim_{a\to 3a^+}\frac{2}{\sqrt{6a}}+0 \longrightarrow \frac{\sqrt4}{\sqrt{6a}}=\sqrt{\frac{4}{6a}}=\sqrt{\frac{2}{3a}}$$

۱/۵ ۹

$$\lim_{x\to -1}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=-\infty \qquad (k\pi, \cos(k\pi))$$

حالت ۱ $\longrightarrow \frac{\text{+ غیرصفر}}{0^-}$

حالت ۲ $\longrightarrow \frac{\text{- غیرصفر}}{0^+}$

$\longrightarrow$ مخرج $=0$ ☑

$x\to -1^-$: $\frac{1-k[x]}{0^-}\to 1-k[x]>0$, $1+k>0$, $(k>-1)$

$x\to -1^+$: $\frac{1-k[x]}{0^+}\to 1-k[x]<0$, $1+2k<0$, $k<-\frac{1}{2}$

اشتراک دو حالت $\longrightarrow -1<k<-\frac{1}{2} \to -\pi<k\pi<-\frac{\pi}{2}$

$\to \underbrace{\cos(-\pi)}_{-1}<\cos k\pi<\underbrace{\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)}_{0} \longrightarrow y<0,\ x<0$

۲ ۱۰

ناحیه سوم