نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ....دوازدهم....A

۱

$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \xrightarrow{x\to 2} \frac{4-5}{4+2a+b}=\frac{-1}{4+2a+b} \longrightarrow$ (A) چون بی‌نهایت میرسد مخرج صفر شده

حالت مبهم ← ۱) $\frac{\text{صورت منفی}}{0^+}\to\checkmark$ ، $\frac{\text{صورت منفی}}{0^-}\to\times$

* با توجه به اینکه جواب $\infty-$ شده حالت و صورت منفی است، مخرج 0^+ است

(A): $4+2a+b=0$

مشتق هم باید صفر باشد: $2x+a=0 \xrightarrow{x=2} 4+a=0$ ، $a=-4$ $\Big\} \longrightarrow 4-2(-4)+b=0$ ، $b=-12$

$a+b=-16$

۲

$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^3+ax+b}=+\infty$ $\quad [\frac{b}{a}]=?$

$=2^{\frac23}$

با توجه به اینکه به $+\infty$ میل کرده ۲ حالت وجود دارد

① $\frac{\text{صورت مثبت}}{\text{مخرج صفر مثبت}}\longrightarrow\checkmark$ ② $\frac{\text{صورت منفی}}{\text{مخرج صفر منفی}}\longrightarrow\times$

$x=$ صورت $\to x=\sqrt[3]{4}$ ، $x>0$

$\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^6}+\sqrt[3]{2^2}a+b}\Rightarrow+\infty \to 2^{\frac43}+2^{\frac23}a+b=0$

مشتق صفر: $2x+a=0 \to -2\sqrt[3]{4}=a$ $\Big\} \longrightarrow 2\sqrt[3]{2}-\frac{\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[3]{2}}\times2\sqrt[3]{4}+b=0 \Rightarrow b=2\sqrt[3]{4}$

$\to b-2\sqrt[3]{4}=0$

$[\frac{b}{a}]\to[-\frac{2\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[3]{2^2}}]=[-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}]=-1$ ، $\sqrt[3]{1}<\sqrt[3]{2}<\sqrt[3]{8}$

۳

$\lim_{x\to(-\frac{1}{\sqrt3})^+}\frac{[-x]+a}{|\frac{\sqrt3}{3}x+a|+a}=-\infty$ $\quad [a]=?$

حالت ۱: $\frac{\text{صورت مثبت}}{\text{مخرج صفر منفی}}$ ، حالت ۲: $\frac{\text{صورت منفی}}{\text{مخرج صفر مثبت}}$

$\frac{[-\frac{1}{\sqrt3}]+a}{|\frac{\sqrt3}{3}\times\frac{1}{\sqrt3}+a|+a}=-\infty \to \frac{-1+a}{|\frac13+a|+a}$ قدر مطلق مثبت باشد و مخرج صفر شود $\to \frac13+2a=0$ ، $a=-\frac16 \to [a]=-1$

۴

$\lim_{x\to(-\frac12)^+}\frac{16x-[\frac{-2}{x^2}]}{24x+[\frac{3}{x^2}]}$ داخل براکت‌ها محاسبه می‌شود

$x>-\frac12$ ، $x^2<\frac14$ ، $-\frac{1}{x^2}<-4$ ، $-\frac{2}{x^2}<-8\to[\frac{-2}{x^2}]=-9$

$x>-\frac12$ ، $\frac{1}{x^2}>4$ ، $\frac{3}{x^2}>12\to[\frac{3}{x^2}]=12$

$\frac{16(-\frac12)-(-9)}{24(-\frac12)+12}=\frac{-8+9}{-12+12}=\frac{1}{0^+}\to+\infty$

۵

$\lim_{x\to2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}$ داخل براکت محاسبه می‌شود $\quad x>2$ ، $x^3>8$ ، $[x^3]=8 \longrightarrow \frac{4-4}{8^+-8}\Rightarrow\frac00$ رفع ابهام

راه ۱: $\xrightarrow{Hop}\frac{2x}{3x^2}=\frac{2}{3x}\to\frac26=\frac13$

راه ۲: $\longrightarrow\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+4+2x)}\xrightarrow{x=2}\frac{4}{12}=\frac13$

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}} \longrightarrow \frac{64-80+16}{12-12}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \text{HOP}$$ ۶

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \frac{2x+10+0}{0+6\cdot\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}\xrightarrow{x=-8}\frac{-6}{6\times\frac{1}{12}}=-12$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\longrightarrow\frac{\sqrt2-\sqrt2}{\sqrt{1-1}}=\frac{0}{0}\longrightarrow \text{رفع ابهام}$$

$$\longrightarrow \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}\Rightarrow\frac{2+3x-2+x}{\underbrace{\sqrt{1-\cos^2 x}}_{\sin^2 x}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}$$ ۷

$$\Rightarrow \frac{4x}{|\sin x|}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}\xrightarrow[x\to0^-]{\sin x<0}\xrightarrow[\sin x\approx x]{\text{هم‌ارزی}}\frac{4x}{-x}\times\frac{\sqrt{1+1}}{2\sqrt2}\Rightarrow -4\times\frac12=-2$$

$$\lim_{x\to0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}\,x)}{kx^2}=3\longrightarrow$$ چون عدد داده و مخرج صفر شده پس صورت هم باید صفر بوده $\longrightarrow k+\cos 0=0$, $k=-1$

$$\longrightarrow\frac{-1+\cos(\sqrt{a}\,x)}{-x^2}\xrightarrow[\text{هم‌ارزی}]{\text{رفع ابهام}}\frac{-1+\left(1-\frac{ax^2}{2}\right)}{-x^2}\Rightarrow\frac{ax^2}{2x^2}=\frac{a}{2}\Rightarrow 3$$ ۸

$\cos ax\approx 1-\frac{a^2x^2}{2}$ $\qquad$ $\boxed{a=6}$

$\frac{a}{k}\Rightarrow\frac{6}{-1}=-6$

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}\longrightarrow\frac{2\sqrt{3a-3a}+3\sqrt{3a}-3\sqrt{3a}}{\sqrt{9a^2-9a^2}}\xrightarrow{\frac00}\text{رفع ابهام}$$

$\hookrightarrow 2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-3\sqrt{3a}$

$$\lim_{x\to3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3(x-3a)}{\sqrt{x-3a}\times\sqrt{x+3a}\times(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}\longrightarrow\frac{\sqrt{x-3a}\left(2+3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})\right)}{\sqrt{x-3a}\times\underbrace{\sqrt{x+3a}}_{\sqrt{6a}}\times\underbrace{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}_{2\sqrt{3a}}}$$ ۹

$$\longrightarrow\frac{2}{6\sqrt{2a^2}}$$

$$\lim_{x\to-1}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=-\infty \qquad (k\pi,\ \cos k\pi)$$

حالت ۱ $\longrightarrow \frac{\text{مثبت غیرصفر}}{0^-}$

حالت ۲ $\longrightarrow \frac{\text{منفی غیرصفر}}{0^+}$

$\longrightarrow$ جواب $=\infty$ ☑

$x\to-1^-$: $\frac{1-k[x]}{0^-}\to 1-k[x]>0$, $1+k>0$, $\boxed{k>-1}$ ۱۰

$x\to-1^+$: $\frac{1-k[x]}{0^+}\to 1-k[x]<0$, $1+2k<0$, $k<-\frac12$

اشتراک دو $\longrightarrow -1<k<-\frac12\to -\pi<k\pi<-\frac{\pi}{2}$

$\to \underset{(-1)}{\cos -\pi}<\cos k\pi<\underset{(0)}{\cos-\frac{\pi}{2}}\longrightarrow x<0,\ y<0$

ناحیه سوم