Date: Sub:

۳/۷۵

هاشم رحیمیان دوازدهم دهم A ۱۰/۱۵ تکلیف شماره ۲

فقط سوال ۱ و ۲ نوشته شده

(۱

$\lim_{x\to 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$ $\quad a+b=?$

$\Rightarrow 2(2)-5=-1$ ⇒ صفر یا حد صفر ⇒ $(x-2)^2 = x^2+4-4x = x^2+ax+b$

$a=-4$

$b=4$

$a+b=-4+4=0$ ✓

(۲

(۲

$\lim_{x\to(\sqrt[3]{4})} \frac{x}{x^2+ax+b} = +\infty$ ⇒ صفر برابر ⇒ $(x-\sqrt[3]{4})^2 =$

ضد برابر است

$x^2+\sqrt[3]{16}-2\sqrt[3]{4}x$ ⇒ $a=-2\sqrt[3]{4}$, $b=\sqrt[3]{16}$ ⇒ $\left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}\right] = \left[\frac{\sqrt[3]{4}\times\sqrt[3]{4}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]$ ✓

$\left[\frac{\sqrt[3]{4}}{-2}\right] = -1$

۱۷/۵

سوال ۳) حاصل حد به $-\infty$ میل کرده ← مخرج به صفر میل می‌کند.

$$\lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+} = \left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right| = \left|\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+a\right|+a=0 \rightarrow \left|\frac{1}{3}+a\right|+a=0$$

$$\rightarrow \begin{cases} a\geq -\frac{1}{3} \rightarrow 2a+\frac{1}{3}=0 \rightarrow a=\frac{-1}{6} \checkmark \\ a< -\frac{1}{3} \rightarrow -a-\frac{1}{3}+a=0 \times \end{cases} \rightarrow [a]=[-\frac{1}{6}]=-1$$

سوال ۴)

$$x>-\frac{1}{2} \rightarrow x^2<\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x^2}>4 \rightarrow \frac{3}{x^2}>12 \rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right]=12$$

$$\frac{1}{x^2}>4 \rightarrow \frac{-2}{x^2}<-8 \rightarrow \left[\frac{-2}{x^2}\right]=-9$$

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} = \frac{12x+9}{24x+12} = \lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \frac{-8+9}{0^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

سوال ۵)

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x^3-[x^3]} = \lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x^3-8} \rightarrow \lim_{x\to 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \lim_{x\to 2^+} \frac{x+2}{x^2+2x+4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

سوال ۶)

$$\lim_{x\to -1} \frac{2x^2+10x+12}{12+6\sqrt[3]{x}} = \lim_{x\to -8} \frac{(x+8)(x+2)}{6(2+\sqrt[3]{x})} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}+4-2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}+4-2\sqrt[3]{x}} \rightarrow$$

$$\lim_{x\to -8} \frac{(x+8)(x+2)\times 12}{6(x+8)} \rightarrow \lim_{x\to -8} \frac{12(x+2)}{6} = 2\times(-6) = -12$$

سوال ۷)

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \times \frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}} \rightarrow \lim_{x\to 0^-} \frac{2+3x-2+x}{\sqrt{1-\cos^2 x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{2\sqrt{2}} =$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{4x\times\sqrt{2}}{|\sin x|\times 2\sqrt{2}} = \lim_{x\to 0^-} \frac{4x\times\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}\sin x} \xrightarrow{\text{فشردگی}} \lim_{x\to 0^-} \underbrace{\frac{x}{\sin x}}_{1} \times \frac{4\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = -2$$

سوال ۸) حد خرج صفر و حاصل حد عددی حقیقی و غیر صفر ← حد صورت نیز برابر صفر بوده

$$\lim_{x\to 0} k+\cos(\sqrt{a}x) = 0 \rightarrow k+1=0 \rightarrow k=-1$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{-1+\cos(\sqrt{a}x)}{-x^2} \xrightarrow{\text{هم ارزی}} \lim_{x\to 0} \frac{-1+1-\frac{(\sqrt{a}x)^2}{2}}{-x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{-ax^2}{2}}{-x^2} = \frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2}=2 \rightarrow a=4$$

$$\frac{a}{k} = \frac{4}{-1} = -4$$

سوال ۹

$$\lim_{x\to 12^+}\frac{2\sqrt{x-12}}{\sqrt{x-12}\sqrt{x+12}}+\frac{3\sqrt{x}-3\sqrt{12}}{\sqrt{x-12}\sqrt{x+12}}=\lim_{x\to 12^+}\left(\frac{2}{\sqrt{12}}+\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{12})}{\sqrt{x-12}\sqrt{x+12}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{12}}{\sqrt{x}+\sqrt{12}}\right)\longrightarrow$$

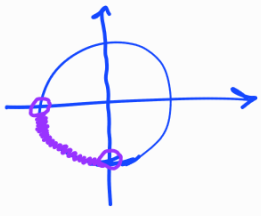
$$\lim_{x\to 12^+}\left(\frac{2}{\sqrt{12}}+\frac{2(x-12)}{(\sqrt{x-12}\sqrt{x+12})(\sqrt{x}+\sqrt{12})}\right)=\lim_{x\to 12^+}\left(\frac{2}{\sqrt{12}}+\frac{3\sqrt{x-12}\to 0}{(\sqrt{x}+\sqrt{12})(\sqrt{x+12})}\right)=\lim_{x\to 12^+}\frac{2}{\sqrt{12}}+0$$

$$\longrightarrow\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{4}{12}}=\sqrt{\frac{1}{3}}$$

سوال ۱۰

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1-K[x]}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1-K(-1)}{0^-}=\dfrac{1+K}{0^-}=-\infty\longrightarrow 1+K>0\to K>-1 & (I)\\ \lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{1-K[x]}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{1-K(-2)}{0^+}=\dfrac{1+2K}{0^+}=-\infty\longrightarrow 1+2K<0\to K<-\dfrac{1}{2} & (II)\end{cases}$$

$$(I)\wedge(II)\longrightarrow -1<K<-\frac{1}{2}\longrightarrow\begin{cases}-\pi<K\pi<-\frac{\pi}{2}\\ -1<\cos K\pi<0\end{cases}$$



ناحیه سوم