تشریحی

۱- $\left|2x^3+(m-3)x^2+a^2\right| \xrightarrow{x=a} \left|2a^3+(m-3)a^2+a^2\right|=0$

$\rightarrow 2a^3+ma^2-2a^2=0 \rightarrow a^2(2a+m-2)=0 \rightarrow a=0$ ، $a=\frac{2-m}{2}$ ق ق

$\sqrt{6a^2+(m+4)a+m}=0 \xrightarrow{a=\frac{2-m}{2}} 6\times\left(\frac{4+m^2-4m}{4}\right)+\left(\frac{-m^2-m+6}{2}\right)+\frac{m}{2}=0$

$\rightarrow \frac{3m^2+12-12m-m^2-m+6+m}{2} \rightarrow 2m^2-12m+18=0 \rightarrow m^2-6m+9=0 \rightarrow m=3 ,\ a=-\frac{1}{2}$

$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{(x+\frac{1}{2})\sqrt{6}}{(x+\frac{1}{2})(x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4})} \xrightarrow[\frac{0}{0}]{\text{با رفع ابهام داریم}} \frac{\sqrt{6}}{2(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4})} \rightarrow \frac{\sqrt{6}}{\frac{1}{2}}=2\sqrt{6}=\frac{2\tan b}{\sqrt{\frac{1}{2}}} \rightarrow \tan b=\sqrt{3}$ ، $\boxed{b=\frac{\pi}{3}}$

۲- $f(x)$ فقط در ریشه‌ی مخرج یعنی $x=1$ ناپیوسته است

درصورتی حد داریم که ۱ هم ریشه‌ی صورت و هم ریشه‌ی عبارت ax^2+ax+b باشد

$\Rightarrow \begin{cases} x^2+ax+b=0 \xrightarrow{x=1} 1+a+b=0 \\ ax^2+ax+b=0 \xrightarrow{x=1} a-a+b=0 \end{cases} \Rightarrow b=-3 ,\ a=2$

$\left[\frac{b-2a}{3}\right] \rightarrow \left[\frac{-3-4}{3}\right]=\boxed{-3}$ جواب

۳- $f(1)=\tan\frac{3\pi}{4}=-1$

$\lim_{x\to1^+} \frac{(x-1)(x+2)}{a(-x+1)}=\lim_{x\to1^+}\frac{-(x+2)}{a}=\frac{-3}{a}$ $\Big\} \rightarrow \boxed{a=3}$

$f(5)=b(5-[-5])=b(5-(-5))=10b$

$\lim_{x\to5^-} f(x)=\lim_{x\to5^-}\frac{|(x-1)(x+2)|}{3(1-x)} \rightarrow \frac{(x-1)(x+2)}{3(1-x)}=\frac{4\times7}{3\times-4}=-\frac{7}{3}$

$\Rightarrow 10b=-\frac{7}{3} \rightarrow \boxed{b=-\frac{7}{30}}$ $\qquad ab \rightarrow -\frac{7}{30}\times3=\boxed{-0/7}$ جواب

۴- $f(x)=a\cancel{[x]}+a+b\cancel{[x]}+b[a+1]$

$\hookrightarrow a\cancel{[x]}+a+b\cancel{[x]}+b+b[a]$ $\qquad$ شرط پیوستگی در R حذف $[x]$ است $\rightarrow a=-b$

$\frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{a+\underset{-a}{b}+\underset{-a}{b}[a]} \rightarrow \frac{a[a]}{\cancel{a}-\cancel{a}-a[a]} \rightarrow \frac{a[a]}{-a[a]}=\boxed{-1}$ جواب

۵- برای آنکه تابع پیوسته باشد باید براکت را حذف کنیم

$f(x) = b[x^2 - ax] - 2a \longrightarrow$ برای اینکه براکت حذف شود باید ضریب پشت صفر باشد در نتیجه $b=0$

$f(x) = -2a$

$\hookrightarrow f(b) = -2a$

$\frac{a}{f(0)} = ? \rightarrow \frac{a}{-2a} = \boxed{-1/2}$ — جواب

۶-

$(x-a)(x-a-2) = x^2 + mx + n \longrightarrow x^2 + (-2a-2)x + a^2 + 2a$

$m = -2a - 2 \qquad n = a^2 + 2a$

$f(2a) = 0 \qquad \frac{(\cancel{x-a})^{-1}(x-a-2)}{\cancel{a-x}} = -x + a + 2 = -2a + a + 2 \longrightarrow 2 - a$

$2 - a = 0 \longrightarrow \boxed{a = 2} \qquad m = -6 \,/\, n = 8$

$n - m \longrightarrow 8 - (-6) = \boxed{14}$ جواب

۷-

1) حد راست $\quad x > n \begin{cases} [x] = n \\ [-x] = -n-1 \end{cases}$

$\lim_{x\to n^+} f(x) = (1-a)\times n + (3a^2 - 1)(-n-1)$

$\longrightarrow (-3a^2 - a + 2)n + (1 - 3a^2)$

2) حد چپ $\quad x < n \begin{cases} [x] = n-1 \\ [-x] = -n \end{cases}$

$\lim_{x\to n^-} = (1-a)(n-1) + (3a^2 - 1)(-n) = (-3a^2 - a + 2)n + (a-1)$

حد راست و چپ را مساوی قرار می‌دهیم $\longrightarrow 1 - 3a^2 = a - 1 \longrightarrow 3a^2 + a - 2 = 0 \begin{cases} a = -1 & \text{غ ق ق} \\ \boxed{a = \frac{2}{3} \quad \text{ق ق}} \end{cases}$

$\lim_{x\to n^+} f(x) = (-3a^2 - a + 2)n + (1 - 3a^2) = 0 + 1 - 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 = -1/3$

$f(x) = b\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \longrightarrow b \sin\frac{3\pi}{2} = -b \longrightarrow -b = -1/3 \rightarrow \boxed{b = \frac{1}{3}}$

$\frac{a}{b} \longrightarrow \frac{2/3}{1/3} = 2$ جواب

۸-

$$\begin{array}{l|l} x^2+mx-m-1 & x-1 \\ -x^2+x & x+m+1 \\ \hline (m+1)x-m-1 & \end{array} \Rightarrow \frac{|(x-1)||(x+m+1)|}{|x-1|(m|x+1|+1)} = \frac{|x+m+1|}{m|x+1|+1}$$

$$\longrightarrow x=1 \longrightarrow \frac{|m+2|}{2m+1} = \frac{m}{m+2} \xrightarrow{m<2} -m^2-4m-4 = 2m^2+m \quad \Delta<0$$

$$\xrightarrow{m>2} m^2+4m+4 = 2m^2+m$$

$$\longrightarrow m^2-3m-4=0 \longrightarrow (m-4)(m+1)=0 \longrightarrow m=-1$$

$$\longrightarrow \boxed{m=4} \text{ قق}$$

$$\lim_{x\to \frac14} f(x) \; \frac{|x^2+4x-5|}{4|x^2-1|+|x-1|} \Rightarrow \frac{|x+5|}{4|x+1|+1} = \boxed{\frac{21}{24}}$$

۹-

$$\sqrt{3}\,|a^2+a|=0 \longrightarrow \boxed{a=-1}\ , a=0$$

a هم ریشه‌ی صورت و هم ریشه‌ی مخرج است

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+(m-2)x+1|} \longrightarrow x=-1 \to |(-1)^3-(m-2)+1|=0 \to m=2$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+1|} \longrightarrow \lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+1|} = \lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1||x^2-x+1|}$$

$$\lim \frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{|1+1+1|} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

۱۰-

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2+x}{x(x+a)} \to \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x+a)} = \frac{1}{a}$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{x^2-x}{x^2-ax} \to \frac{\cancel{x}(x-1)}{\cancel{x}(x-a)} \to \frac{-1}{-a} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{2a-1}{2a+2} = \frac{1}{a} \longrightarrow 2a^2-a = 2a+2$$

$$2a^2-3a-2=0$$

$$a'^2-3a'-4=0 \to (a'-4)(a'+1) \quad 2=\frac{4}{2} \quad -\frac{1}{2} \text{ قق}$$

$$\lim_{x\to -2} \frac{x^2+|x|}{x^2+(-\frac12|x|)} \Rightarrow \frac{4+2}{4-1} = \frac{6}{3} = \boxed{2} \text{ جواب}$$