دوازدهم دختر A — تکلیف شماره ۲۱ — پرسا موسوی

۱) در a پیوسته $\longrightarrow$ صورت و مخرج $= 0 \longrightarrow |2a^3+(m-3)a^2+a^2| = 0 \longrightarrow a^2(2a+(m-3)) = 0$

$a=0$ غ ق ق ، $2a = 2-m \to m = 2-2a$

$\sqrt{4x^2+(m+3)x+\frac{m}{2}} = 0 \longrightarrow 4a^2+(5-2a)a+\frac{2-2a}{2} = 2a^2+4a+1 = 0$

$(2a+1)^2 = 0 \longrightarrow a = -\frac{1}{2} , m = 3 \to$

$$\frac{\sqrt{4x^2+4x+\frac{3}{2}}}{|2x^3+\frac{1}{4}|} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}\,|2x+1|}{2|x+\frac{1}{2}||x|} \longrightarrow \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{|x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}|} = \frac{2\tan b}{\sqrt{x}} \to \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{4}} = \frac{2\tan b}{\sqrt{\frac{1}{2}}} \to$$

$\tan b = \frac{\sqrt{3}}{3} \to \boxed{b = \frac{\pi}{6}}$

---

۲) $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x-1} \xrightarrow{\text{محور ناپیوستگی } x} x = 1 \longrightarrow 1+a+b = 0 \to a+b = -1$ $\Big\} \to a = 2 , b = -3$

$5x^2-ax+b = 0 \longrightarrow 5-a+b = 0 \longrightarrow a-b = 5$

$[\frac{b-2a}{3}] = [-\frac{7}{3}] = \boxed{-3}$

---

۳) $\frac{|(x+2)(x-1)|}{a(1-x)} \longrightarrow$ -2 , 1 : $+ | - | +$ $\xrightarrow{x=5} -\frac{7}{a} = b(\cancel{5+5}) \to -\frac{7}{3} = 10b \to b = -\frac{7}{30}$

$\hookrightarrow \frac{(x+2)(x-1)}{a(1-x)} = -\frac{x+2}{a} \xrightarrow{x=1} \tan\frac{3\pi}{4} = -\frac{3}{a} \to a = 3$

$ab = 3 \times (-\frac{7}{30}) = \boxed{-0/7}$

---

۴) $f(x) = a[x+1]+b[x+[x+1]] \longrightarrow f(x) = a[x]+a+b[x]+b[a]+b$

$\xrightarrow{x=0^+} a+b[a]+b = k$
$\xrightarrow{x=0^-} -a+a-b+b[a]+b = k$ $\Big\} \to a+b+b[a] = b[a] \to a+b = 0 , b = -a$

$f(a) = a[a]a+b[a]+b[a]+b \to$

$a[a]+a-a[a]-a = -a[a] \to \frac{a[a]}{f(a)} = \frac{a[a]}{-a[a]} = \boxed{-1}$

---

۵) $f(x) = b[x^2-ax]-2a \xrightarrow{\text{پیوسته}}$ ضریب براکت $= 0 \longrightarrow b = 0 \longrightarrow f(x) = -2a$

$\frac{a}{f(b)} = \frac{a}{-2a} = \boxed{-\frac{1}{2}}$

---

۶) $f(x)$ پیوسته $\longrightarrow$ صورت بر $(x-a)$ بخش پذیره $\longrightarrow f(2a) = 0 \longrightarrow$ صورت بر $(x-2a)$ بخش پذیره $\longrightarrow$

$\frac{(x-a)(x-2a)}{-(x-a)} = -(x-2a) \xrightarrow[f(x)=2]{x=a} -(a-2a) = 2 \to a = 2$

$(x-a)(x-2a) = x^2-3ax+2a^2 = x^2+mx+n$ $\Big\{ m = -3a \to m = -6 , n = 2a^2 \to n = 8 \Big\} \to n-m = \boxed{14}$

۷)

$x=۰^+ \to (۱-a)(۰)+(۳a^۲-۱)(-۱)=۱-۳a^۲$

$x=۰ \to b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right)$

$x=۰^- \to (۱-a)(-۱)+(۳a^۲-۱)(۰)=a-۱$

$\to ۱-۳a^۲=a-۱ \to ۳a^۲+a-۲=۰$

$\hookrightarrow a=\frac{۲}{۳} \to b\sin\left(\frac{۳\pi}{۲}\right)=-b$, $b=\frac{۱}{۳}$

غ ق ق $a=-۱ \to b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right)=b\sin(-\pi)=۰$

$\frac{a}{b}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۳}}=\boxed{۲}$

---

۸)

$\frac{|x^۲+mx-m-۱|}{|x-۱|(m|x+۱|+۱)} \xrightarrow{x-۱\ \text{ب}}$

$x^۲+mx-۱-m \ \big|\ x-۱$

$x^۲-x \qquad\qquad x+(m+۱) \to$

$(m+۱)x-(۱+m)$

$(m+۱)x-(۱+m)$

۰

$\frac{|x-۱||x+m+۱|}{|x-۱|(m|x+۱|+۱)}=\frac{|x+m+۱|}{(m|x+۱|+۱)} \xrightarrow{x=۱} \frac{|m+۲|}{۲m+۱}=\frac{m}{m+۲} \longrightarrow$

$m<-۲ \to -m^۲-۴m-۴=۲m^۲+m \to ۳m^۲+۵m+۴=۰ \to \Delta<۰$ X

$m>-۲ \to m^۲+۴m+۴=۲m^۲+m \to m^۲-۳m-۴=۰$

$(m-۴)(m+۱)=۰ \to m=۴ \to \lim_{x\to\frac{۱}{۴}} f(x)=\boxed{\frac{۲۴}{۱۹}}$

$\to m=-۱ \to \lim_{x\to -۱} f(x)=\boxed{۱}$

---

۹)

$f(x)=\frac{\sqrt{۳}\,|ax+a|}{|x^۳+(m-۲)x^۲+a^۲|} \to |-x-۱|=|x+۱|$

$\mathbb{R}-\{a\}$ تعریف‌شده

$\lim_{x\to a} f(x)$ ✓

$\to$ ریشه مشترک مخرج و صورت $=a \to \sqrt{۳}\,|a^۲+a|=۰ \to a(a+۱)=۰ \to a=۰ \to f(x)=۰$ X

$\hookrightarrow a=-۱$ ✓ $\to$ مخرج $=۰ \to$

$|-۱+(m-۲)+۱|=۰ \to m=۲$

$f(x)=\frac{\sqrt{۳}\,|-x-۱|}{|x^۳+(۲-۲)x^۲+۱|}=\frac{\sqrt{۳}\,|x+۱|}{|x^۳+۱|} \to \lim_{x\to -۱} f(x)=\frac{۰}{۰} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \frac{\cancel{|x+۱|}}{\cancel{|x+۱|}\,|x^۲-x+۱|}=\boxed{\frac{۱}{۳}}$

---

۱۰)

$x=۰ \to \frac{۱}{a}=\frac{۲a-۱}{۲a+۲} \to ۲a^۲-a=۲a+۲ \to ۲a^۲-۳a-۲=۰ \to a=۲$

$\hookrightarrow a=-\frac{۱}{۲}$

$\lim_{x\to\frac{۱}{۲}} f(x)=\frac{\frac{۱}{۲}+۱}{\frac{۱}{۲}+۲}=\boxed{\frac{۳}{۵}}$ / $\lim_{x\to -۲} f(x)=\frac{۲+۱}{۲-\frac{۱}{۲}}=\boxed{۲}$