17,25

دوازدهم — مبینا الهائف الحسینی

-1

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4x^2+(m+3)x+\frac{m}{2}}}{|2x^3+(m-3)x^2+ax^2|} & x\neq a\\[2ex] \dfrac{24\tan b}{\sqrt{-x}} & x=a\end{cases}\qquad * \; a<0 \qquad * \; 0<b<\pi$$

$$\Delta=0 \Rightarrow (m+3)^2-12m=0 \Rightarrow (m-3)^2=0 \Rightarrow m=3$$

$$x=a=\frac{-(m+3)}{12} \Rightarrow a=\frac{-1}{2}$$

$$\lim_{x\to\frac{-1}{2}}\frac{\sqrt{4(x+\frac{1}{2})^2}}{|2x^3+\frac{1}{4}|}=\lim_{x\to\frac{-1}{2}}\frac{\sqrt{4}\,\cancel{|x+\frac{1}{2}|}}{\underbrace{2|x^3+\frac{1}{8}|}_{2\,\cancel{|x+\frac{1}{2}|}\,|x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}|}} \Rightarrow$$

2

$$\frac{\sqrt{4}}{\frac{3}{2}}=\frac{2\sqrt{4}}{3}$$

$$f\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{24\tan b}{\sqrt{\frac{1}{2}}}=\frac{8\sqrt{4}}{3} \Rightarrow \sqrt{8}\tan b=\frac{\sqrt{3}\,\cancel{\sqrt{8}}}{3} \Rightarrow \boxed{b=\frac{\pi}{6}}$$

-2

$$5x^2-ax+b=0 \rightarrow f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1}$$

f پیوسته است ← حد دارد ← $x=1$ ریشه صورت

$5-a+b=0$

$*\; a-b=5$

$1+a+b=0$

$*\; a+b=-1$

$$\begin{cases}a-\cancel{b}=5\\ a+\cancel{b}=-1\end{cases}$$

$2a=4 \Rightarrow a=2 \quad b=-3$

$$\left[\frac{b-2a}{3}\right]=?$$

$$\left[\frac{-3-4}{3}\right]=\boxed{-3}$$

2

۳ـ

تابع f در بازه $[1,5]$ پیوسته است. $ab=?$

$$f(x)=\begin{cases} \tan\dfrac{(2x+1)\pi}{4} & x\leq 1 \\ \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & 1<x<5 \\ b(x-[-x]) & x\geq 5 \end{cases}$$

$x=1 \to \tan\frac{3\pi}{4}=-1$

$-(x+2)(\cancel{x-1})$ ، $\frac{-2}{+4-6}\ \frac{1}{+}$

$\frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} \to \frac{-(x+2)}{a}$

$b(x-[-x]) \to 10b$

$f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x) \Rightarrow \cancel{-}1=\cancel{-}\frac{(\cancel{x}+2)}{a} \Rightarrow a=3$

$f(5)=\lim_{x\to 5^-} f(x) \Rightarrow 10b=\frac{-7}{a}$ ، 3 $\Rightarrow b=\frac{-7}{30}$

$ab=-0/7$

۲

۴ـ

$f(x)=a[x+1]+b[x+[a+1]]$ در $\mathbb{R}$ پیوسته $\frac{a[a]}{f(a)}$

$[a]+1$

$a[x]+a+b[x]+b[a]+b$

$[x](a+b)+b[a]+a+b$

ضرب عامل صفرشونده در براکت باعث پیوستگی براکت می‌شود

$\Rightarrow a+b=0 \Rightarrow f(a)=-a[a] \Rightarrow \frac{a[a]}{-a[a]}=-1$

$a=-b$

۲

۵ـ

$f(x)=b[x^2-ax]-2a$ در $\mathbb{R}$ پیوسته $\frac{a}{f(a)}=?$

عامل صفرشوند

$b=0 \quad f(a)=-2a \Rightarrow \frac{a}{f(a)}=\frac{a}{-2a}=-\frac{1}{2}$

۲

در R پیوسته

۶

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a\\[2mm] 2 & x=a\end{cases}\qquad f(2a)=0$$

$n-m=?$

۱,۷۵

$$\lim_{x\to a}\frac{x^2+mx+n}{a-x}=2 \quad \text{hop} \quad \frac{2x+m}{-1}=2$$

$$2a+m=-2$$

شرط صفر شدن $x=a \rightarrow {}^{*}\,a^2+ma+n=0$

$$2a-\frac{3}{2}a=$$

$$f(2a)=0\rightarrow \frac{4a^2+2am+n}{a}=0 \Rightarrow 4a^2+2am+n=0$$

$$\frac{1}{2}a=-2$$

$$a=-4$$

$$4a^2+2am+\cancel{n}=a^2+ma+\cancel{n} \Rightarrow 3a^{\cancel{2}}=-2\cancel{a}m$$

$$m=\frac{3}{2}\times 4=6$$

$$3a=-2m \qquad \cancel{m=6}$$

$$-\frac{3}{2}a=m \qquad m=-6$$

$$*\ \underbrace{16+(-24)}_{-8}+n=0 \Rightarrow n=8$$

$$\Rightarrow n-m=8-6=2$$

↳ 14

۷

$$f(x)=\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & x\notin \mathbb{Z}\\[2mm] b\sin\left(\dfrac{\pi}{a}\right) & x\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

f در R پیوسته

↓

$\frac{a}{b}=?$

۲

$$1-a=3a^2-1 \Rightarrow 3a^2+a-2=0$$

$$\cancel{a=-1} \qquad a=\frac{2}{3}$$

$$2([x]+[-x]) \quad \xrightarrow{x\notin\mathbb{Z}} -2$$

$$\frac{1}{3}([x]+[-x]) \Rightarrow \frac{-1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=\boxed{2}$$

$$b\sin(-\pi)=0 \ \times$$

$$b\underbrace{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)}_{+1}=\frac{-1}{3}\Rightarrow b=\frac{1}{3}$$

$$hop: \frac{|۲x+m|}{|۲x|m+1} = \frac{m}{m+۲}$$

۸ – (۱/۵)

$$m=-1 \to \frac{|x^۲-x|}{-|x^۲-1|+|x+1|}$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x^۲+mx-m-1|}{m|x^۲-1|+|x-1|} & ; x \neq 1 \\ \dfrac{m}{m+۲} & ; x = 1 \end{cases}$$

ℝ و f

$$\xrightarrow{m=۴} \frac{|x^۲+۴x-۵|}{۴|x-1||x+1|+|x-1|} = \frac{|x-1||x+۵|}{|x-1|(۴|x+1|+1)}$$

$$\to \lim_{x\to 1/۴} \frac{۵+\frac{1}{۴}}{۴\times\frac{x}{۴}+1} = \frac{\frac{۲1}{۴}}{۶} = \frac{۷}{۸}$$

$$\frac{۲x+m}{۲xm+1} = \frac{m}{m+۲} \Rightarrow \frac{۲+m}{۲m+1} = \frac{m}{۲+m} \Rightarrow ۲\cancel{m^۲}+۴m+m = \cancel{m^۲}+۴m+۴$$

$$m^۲-۳m-۴=0$$

$$\lim_{x\to -1} f(x) = 0 \leftarrow m=-1 \;,\; m=۴ \checkmark$$

غلط

$$f(x) = \frac{\sqrt{۳}\,|ax+a|}{|x^۳+(m-۲)x+a^۲|} \to ℝ - \{a\}$$

$$\lim_{x\to \frac{1}{۴}} f(x) = -\frac{۲}{۹}$$

پیوسته $x \neq a$

$$\lim_{x\to a} f(x) = ?$$

$$a^۳+ma-۲a+a^۲=0$$

$$a^۲+m-۲+a=0$$

$$a^۲+a+m-۲=0$$

$x=a \to$ ریشه‌ی صورت و مخرج

$$a^۲+a=0 \to a(a+1)=0 \to \begin{cases} a=0 \;✗ \\ a=-1 \;\checkmark \end{cases}$$

$$a^۳+a(m-۲)+a^۲=0 \xrightarrow{a=-1} -1-m+۲+1=0 \to m=۲$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{۳}\,|-x-1|}{|x^۳+1|} = \frac{\sqrt{۳}\,|-(x+1)|}{|(x+1)(x^۲-x+1)|} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۰ –

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^۲+|x|}{x^۲+a|x|} & x \neq 0 \\ \dfrac{۲a-1}{۲a+۲} & x = 0 \end{cases}$$

پیوسته ℝ و f(x)

$$\lim_{x\to \frac{1}{a}} f(x)$$

(۱)

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0) \Rightarrow \frac{x^۲+x}{x^۲+ax} = \frac{۲a-1}{۲a+۲} \to$$

$$\frac{x(x+1)}{x(x+a)}$$

$$۲a\cancel{x}+۲a+۲a+۲ = ۲a\cancel{x}-a+۲a^۲-a$$

$$۲a+۲a+۲ = -a+۲a^۲-a$$

$$۲a^۲-۳a-۳a=0$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = f(0) \Rightarrow \frac{x^۲-x}{x^۲-ax} = \frac{۲a-1}{۲a+۲}$$

$$\frac{x-1}{x-a} = \frac{۲a-1}{۲a+۲}$$

$$\cancel{۲ax}+۲x-۲a-۲ = \cancel{۲ax}-x-۲a^۲+a$$

$$۲a^۲+۳x-۳a-۲=0$$

$$\cancel{۲a^۲}-۲a-\cancel{۴a}=$$

$$\cancel{۲a^۲}+۳a-\cancel{۴a}-۲$$

$$۲ = ۴a$$

$$a = \frac{1}{۲}$$

Scanned with CamScanner

سوال ۱۰

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|}=\frac{0}{0}\rightarrow \lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+x}{x^2+ax}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x(x+1)}{x(a+x)}=\frac{1}{a}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|}=\frac{0}{0}\rightarrow \lim_{x\to 0^-}\frac{x^2-x}{x^2-ax}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x(x-1)}{x(x-a)}=\frac{-1}{-a}=\frac{1}{a}$$

$$f(0)=\frac{2a-1}{2a+2}=\frac{1}{a}\rightarrow 2a^2-a=2a+2\rightarrow 2a^2-3a-2=0\rightarrow\begin{cases}a=2\\ a=-\frac{1}{2}\ \times\end{cases}$$

$$a=2\rightarrow \lim_{x\to \frac{1}{2}}f(x)=\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{x^2+x}{x^2+2x}=\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}}=\frac{3}{5}$$