دوازدهم

مبینا الف الحسینی

-۱

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{۶x^۲+(m+۳)x+\frac{m}{۲}}}{|۲x^۳+(m-۳)x^۲+a^۲|} & x\neq a\\[2ex] \dfrac{۲\tan b}{\sqrt{-x}}\quad * a<۰ & x=a\end{cases}$$

$* ۰<b<\pi$

$$\Delta=۰\Rightarrow (m+۳)^۲-۱۲m=۰\Rightarrow (m-۳)^۲=۰\Rightarrow m=۳$$

$$x=a=\frac{-(\overset{۳}{m}+۳)}{۱۲}\Rightarrow a=\frac{-۱}{۲}$$

$$\lim_{x\to\frac{-۱}{۲}}\frac{\sqrt{۶(x+\frac{۱}{۲})^۲}}{|۲x^۳+\frac{۱}{۴}|}=\lim_{x\to\frac{-۱}{۲}}\frac{\sqrt{۶}\,\cancel{|x+\frac{۱}{۲}|}}{\underbrace{۲|x^۳+\frac{۱}{۸}|}_{۲\cancel{|x+\frac{۱}{۲}|}\,|x^۲-\frac{x}{۲}+\frac{۱}{۴}|}}\Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{۶}}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$$

$$\hookrightarrow f(\frac{-۱}{۲})=\frac{\cancel{۲}\tan b}{\sqrt{\frac{۱}{۲}}}=\frac{\cancel{۲}\sqrt{۶}}{۳}\Rightarrow \sqrt{۲}\tan b=\frac{\overset{\sqrt{۳}}{\cancel{\sqrt{۶}}}}{۳}\Rightarrow \boxed{b=\frac{\pi}{۶}}$$

-۲

$$۵x^۲-ax+b=۰\rightarrow f(x)=\frac{x^۲+ax+b}{x-۱}$$

f پیوسته نیست حد دارد ← $x=۱$ ریشه صورت

$۵-a+b=۰$

$* a-b=۵$

$۱+a+b=۰$

$* a+b=-۱$

$$\begin{aligned}a-\cancel{b}&=۵\\ a+\cancel{b}&=-۱\\ \hline ۲a&=۴\Rightarrow a=۲\quad b=-۳\end{aligned}$$

$$\left[\frac{b-۲a}{۳}\right]=?$$

$$\left[\frac{-۳-۴}{۳}\right]=\boxed{-۳}$$

۳_

f در بازه $[۱,۵]$ پیوسته

$ab=?$

$x=۱ \rightarrow \tan\frac{۳\pi}{۴}=-۱$

$$f(x)=\begin{cases}\tan\frac{(۲x+۱)\pi}{۴} & x\leq ۱\\ \frac{|x^۲+x-۲|}{a(\cancel{۱-x})} & ۱<x<۵\\ b(x-[-x]) & x\geq ۵\end{cases}$$

$-(x+۲)\cancel{(x-۱)}$ $\quad \begin{array}{cc} -۲ & ۱\\ +۰- & ۰+\end{array}$

$\rightarrow -\frac{(x+۲)}{a}$ $\quad$ ۱

$\rightarrow ۱۰b$

$f(۱)=\lim_{x\to ۱^+} f(x) \Rightarrow \cancel{-}۱=\cancel{-}\frac{(\overset{۳}{\cancel{x}}+۲)}{a} \Rightarrow a=۳$

$f(۵)=\lim_{x\to ۵^-} f(x) \Rightarrow ۱۰b=\frac{-۷}{\boxed{a}\,۳} \Rightarrow b=\frac{-۷}{۳۰}$

$\boxed{ab=-۰/۷}$

۴_

$f(x)=a[x+۱]+b[x+\overset{[a]+۱}{\overline{[a+۱]}}] \rightsquigarrow$ در $\mathbb{R}$ پیوسته

$\frac{a[a]}{f(a)}$

$a[x]+a+b[x]+b[a]+b$

$\underbrace{[x](a+b)}+b[a]+a+b$

ضرب عامل صفر شونده در براکت باعث پیوستگی براکت می‌شود

$\Rightarrow a+b=۰ \Rightarrow f(a)=-a[a] \Rightarrow \frac{a[a]}{-a[a]}=\boxed{-۱}$

$a=-b$

۵_

$f(x)=\boxed{b}\underbrace{[x^۲-ax]}-۲a \rightsquigarrow$ پیوسته در $\mathbb{R}$ $\quad \frac{a}{f(a)}=?$

عامل صفر شوند

$b=۰ \quad f(a)=-۲a \Rightarrow \frac{a}{f(a)}=\frac{a}{-۲a}=\boxed{-\frac{۱}{۲}}$

در $\mathbb{R}$ پیوسته

۶_

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۲+mx+n}{a-x} & x\neq a\\ ۲ & x=a\end{cases}$$

$f(۲a)=۰$

$n-m=?$

$$\lim_{x\to a}\frac{x^۲+mx+n}{a-x}=۲\xrightarrow{hop}\frac{۲x+m}{-۱}=۲$$

$۲a+m=-۲$

ریشه صورت $x=a\to{}^{*}\,a^۲+ma+n=۰$

$f(۲a)=۰\to\dfrac{۴a^۲+۲am+n}{a}=۰\Rightarrow ۴a^۲+۲am+n=۰$

$۴a^۲+۲am+\cancel{n}=a^۲+ma+\cancel{n}\Rightarrow ۳a^{\cancel{۲}}=-۲\cancel{a}m$

$۳a=-۲m$

$-\frac{۳}{۲}a=m$

$۲a-\frac{۳}{۲}a=$

$\frac{۱}{۲}a=-۲$

$a=-۴$

$m=\frac{۳}{۲}\times۴=۶$

$\boxed{m=۶}$

$*\ \underbrace{۱۶+(-۲۴)}_{-۸}+n=۰\Rightarrow \boxed{n=۸}$

$\Rightarrow n-m=۸-۶=۲$

۷_

$$f(x)=\begin{cases}(۱-a)[x]+(۳a^۲-۱)[-x] & x\notin\mathbb{Z}\\ b\sin\left(\dfrac{\pi}{a}\right) & x\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

f در $\mathbb{R}$ پیوسته

$\downarrow$

$\frac{a}{b}=?$

$۱-a=۳a^۲-۱\Rightarrow ۳a^۲+a-۲=۰$

$\cancel{a=-۱}\qquad a=\frac{۲}{۳}$

$۲([x]+[-x])\ \ x\notin\mathbb{Z}\ \ =-۲$

$b\sin(-\pi)=۰\ ✗$

$\frac{۱}{۳}([x]+[-x])\Rightarrow\frac{-۱}{۳}$

$b\underbrace{\sin\left(\frac{۳\pi}{۲}\right)}_{-۱}=\frac{-۱}{۳}\Rightarrow b=\frac{۱}{۳}$

$\Rightarrow\boxed{\frac{a}{b}=\frac{\frac{۲}{\cancel{۳}}}{\frac{۱}{\cancel{۳}}}=۲}$

Scanned with CamScanner

$\text{hop}: \frac{|۲x+m|}{|۲x|m+۱} = \frac{m}{m+۲}$

$m=-۱ \rightarrow \frac{|x^۲-x|}{-|x^۲-۱|+|x-۱|} =$

۸ـ

$f(x) = \begin{cases} \frac{|x^۲+mx-m-۱|}{m|x^۲-۱|+|x-۱|} & : x \neq ۱ \\ \frac{m}{m+۲} & : x = ۱ \end{cases}$

$\mathbb{R}$ و f

$x=۱$

$\frac{۲x+m}{۲xm+۱} = \frac{m}{m+۲} \Rightarrow \frac{۲+m}{۲m+۱} = \frac{m}{۲+m} \Rightarrow ۲\cancel{m^۲}+m = \cancel{m^۲}+۴m+۴$

$m^۲-۳m-۴=0$

$\lim_{x \to -۱} f(x) = 0 \leftarrow m=-۱$ یا $m=۴$

$\lim_{x \to \frac{۱}{۴}} f(x) = -\frac{۲}{۵}$

۹ـ

$f(x) = \frac{\sqrt{۳}|ax+a|}{|x^۳+(m-۲)x+a^۲|} \rightarrow \mathbb{R}-\{a\}$

پیوسته $x \neq a$

$\sqrt{۳}a$

$\lim_{x \to a} f(x) = ?$

$a^۳+ma-۲a+a^۲=0$

$a^۲+m-۲+a=0$

$a^۲+a+m-۲=0$

۱۰ـ

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^۲+|x|}{x^۲+a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{۲a-۱}{۲a+۲} & x = 0 \end{cases}$

پیوسته $\mathbb{R}$ و $f(x)$

$\lim_{x \to \frac{۱}{a}} f(x)$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0) \Rightarrow \frac{\overset{x(x+۱)}{x^۲+x}}{\underset{x(x+a)}{x^۲+ax}} = \frac{۲a-۱}{۲a+۲} \rightarrow \frac{\cancel{۲ax}+۲a+۲a+۲=}{\cancel{۲ax}-x+۲a^۲-a}$

$۲x+۲a+۲=-x+۲a^۲-a$

$۲a^۲-۳x-۳a=0$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = f(0) \Rightarrow \frac{x^۲-x}{x^۲-ax} = \frac{۲a-۱}{۲a+۲}$

$\frac{x-۱}{x-a} = \frac{۲a-۱}{۲a+۲}$

$\cancel{۲ax}+۲x-۲a-۲ = \cancel{۲ax}-x-۲a^۲+a$

$۲a^۲+۳x-۳a-۲=0$

$\cancel{۲a^۲}-۳x-\cancel{۳a}=$

$\cancel{۲a^۲}+۳x-\cancel{۳a}-۲$

$۲ = ۹x$

$x = \frac{۱}{۳}$