(سارا امینی راد) ۱۸/۷۵

۱

$2a^3+(m-3)a^2+a^2=0 \to a^2(2a+(m-2))=0$

صورت و مخرج = ۰
در a پیوسته

$a=0$ غ ق ق

$2a, 2-m$

$m=2-2a$

$\sqrt{4x^2+(m+3)x+\frac{m}{4}}=0 \to 4a^2+(5-2a)a+\frac{2-2a}{2}=4a^2+4a+1=0$

$(2a+1)^2=0 \to a=-\frac{1}{2}, m=3$

$\frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{|x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}|}=\frac{2\tan b}{\sqrt{x}} \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{4}}=\frac{2\tan b}{\sqrt{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \tan b=\frac{\sqrt{3}}{3} \quad b=\frac{\pi}{6}$ ✓

$\frac{\sqrt{4x^2+9x+\frac{?}{4}}}{|2x^2+\frac{1}{4}|}=\frac{\sqrt{\frac{3}{2}}\,(\cancel{2x+1})}{2|\cancel{x+\frac{1}{2}}||x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}|}$

۲

۲

$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1} \longrightarrow x=1 \quad 1+a+b=0 \Rightarrow a+b=-1$

$ax^2+ax+b=0 \Rightarrow a-a+b=0 \to a-b=5$

$2a=4 \quad b=-3$

$a=2$

$[\frac{b-2a}{3}]=[\frac{-7}{3}]=-3$ ✓

۲

۳

$f(x)=\begin{cases}\tan\frac{(x+1)\pi}{4} & x\le 1\\ \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & 1<x<a\\ b(x-[-x]) & x\ge a\end{cases}$

$1<x<a \Rightarrow \frac{|(x+2)(x-1)|}{a(1-x)}$

$-2 \quad 1$, $+ \; - \; +$ $\Rightarrow \frac{(x+2)(x-1)}{a(1-x)}=\frac{-x+2}{a}$

$x=a \quad -\frac{7}{a}=b(a+a)$

$\tan\frac{2\pi}{4}=-\frac{3}{a}$

$a=3$

$-\frac{7}{3}=1 \quad b=-\frac{7}{30}$ ✓

$ab=\frac{-7}{10}$

۱/۷۵

۴

$f(x)=a[x+1]+b[x+[a+1]] \Rightarrow f(x)=a[x]+a+b[x]+b[a]+b$

$\xrightarrow{x=0^+} a+b[a]+b=k$

$\xrightarrow{x=0^-} -a+a-b+b[a]+b=k$

$a+b+b[a]=b[a]$, $a+b=0$, $b=-a$

f, $b=-a$: $a[a]+a-a[a]-a[a]-a=-a[a]$

$\Rightarrow \frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{-a[a]}=-1$ ✓

۲

۵

$f(x)=b[x^2-ax]-2a \xrightarrow{\text{پیوسته}} 0=$ ضریب براکت $\Rightarrow b=0 \to f(x)=-2a$

$\frac{a}{f(0)}=\frac{a}{-2a}=-\frac{1}{2}$ ✓

۲

(سال امتحان داد)

۶

$f(x)\begin{cases}\dfrac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a\\ & x=a\end{cases}$ $\xrightarrow{\text{رفع}}$ صورت $(x-a)$ / بخش پذیر

$f(2a)=0 \to$ صورت $(x-2a)$ / بخش پذیر

$\dfrac{(x-a)(x-2a)}{-(x-a)} = -(x-2a) \xrightarrow[f(a)=2]{x=a} -(a-2a)=2 \to a=2$

$(x-a)(x-2a)=x^2-3ax+2a^2=x^2+mx+n \begin{cases}\to m=-3a \to m=-6\\ \to n=2a^2 \to n=8\end{cases}$

$n-(-6)=14$ ✓

۲

۷

$f(x)\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & x\notin Z\\ b\sin(\frac{\pi}{a}) & x\in Z\end{cases}$

۱٫۲۵

$x=0^+ \to (1-a)(0)+(3a^2-1)(-1)=1-3a^2$

$x=0 \to b\sin(\frac{\pi}{a})$

$x=0^- \to (1-a)(-1)+(3a^2-1)(0)=a-1$

$1-3a^2=a-1$

$3a^2+a-2=0$

$a=-1$ $\quad$ $a=\frac{2}{3}$ ✓

$1-3a^2=1-3=-2$ $\quad$ $1-3a^2=1-\frac{4}{3}\to-\frac{1}{3}$

$a-1=-2$ $\quad$ $a-1=\frac{2}{3}-1=-\frac{1}{3}$

$b\sin(\frac{\pi}{a})$

$=b\sin(-\pi)$

$b\sin\frac{3\pi}{2}=-b$

✓ $b=\frac{1}{3}$

$\frac{a}{b}=2$

۸

$\dfrac{|x^2+ax-a-1|}{m|x^2-1|+|x-1|}$ $\quad x\neq1$, $\quad x=1$ $\to \dfrac{x^2+mx-m-1}{|x-1|(m|x+1|+1)} \xrightarrow{x-1}$ $\dfrac{x^2+mx-1-m \,\big|\, x-1}{0 \qquad x+m+1}$

$\Rightarrow \dfrac{|x-1||x+m+1|}{|x-1|(m|x+1|+1)} = \dfrac{x+m+1}{(m|x+1|+1)} \Rightarrow \dfrac{m}{m+2}$

۱٫۵

$m<-2 \to -m^2-4m-4=2m^2+m \to 3m^2+5m+4=0 \to \Delta<0$

$m>-2 \to m^2+4m+4=2m^2+m \to m^2-3m-4=0$

$(m-4)(m+1)=0 \to m=4$ $\quad \lim f(x)=\dfrac{|\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1|}{(\frac{1}{4}\times\frac{5}{4}+1)}=\dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{16}}=\frac{24}{19}$

4 $\quad \cancel{-1}$ غ ق ق

$m=-1$: $\lim f(x)\ \dfrac{|1-1+1|}{(-1\times0+1)}=1$

$m=4 \to \dfrac{|x^2+4x-5|}{4|x-1||x+1|+|x-1|} = \dfrac{|x-1||x+5|}{|x-1|(4|x+1|+1)} \to \lim_{x\to\frac{1}{4}} \dfrac{5+\frac{1}{4}}{4\times\frac{5}{4}+1} = \dfrac{\frac{21}{4}}{6} = \frac{7}{8}$

۹

$f(x) = \dfrac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{|x^3+(m-2)x^2+a^2|}$ $\rightarrow |-x-1| = |x+1|$

$R-\{a\}$ تعریف شده معلوم است $\rightarrow$ ریشه مشترک صورت و مخرج $= a \rightarrow \sqrt{3}\,|a^2+a| = 0$

$a(a+1) = 0 \rightarrow a = 0$ یا $a = -1$

$f(x) = 0$ ج ن ق

$\uparrow$

صورت $= 0$

مخرج $= 0$

$x = -1$

$|-1+(m-2)(1)+1|$

$m-2 = 0$

$m = 2$

$f(x) = \dfrac{\sqrt{3}\,|x+1|}{|x^3+1|} \rightarrow \lim\limits_{x \to a = -1} f(x) = \dfrac{\sqrt{3}\,|-1+1|}{|-1+1|} = \dfrac{0}{0}$

۱,۷۵

$\text{Hop}\ \dfrac{\sqrt{3}\,|x+1|}{|x+1|\,|x^2-x+1|} = \dfrac{\sqrt{3}}{|1+1+1|} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

۱۰

$f(x) \begin{cases} \dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & x \neq 0 \\ \dfrac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$

$\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} = \dfrac{|x|(|x|+1)}{|x|(|x|+a)} = \dfrac{|x|+1}{|x|+a}$

$x = 0 \rightarrow \dfrac{1}{a} = \dfrac{2a-1}{2a+2}$

$2a^2 - a = 2a + 2$

$2a^2 - 3a - 2 = 0$

$a = \dfrac{3 \pm 5}{4} \rightarrow 2,\ -\dfrac{1}{2}$

۲

$\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} f(x) = \dfrac{\frac{1}{2}+1}{2+\frac{1}{2}} = \dfrac{3}{5}$ ✓

$\lim\limits_{x \to -2} f(x) = \dfrac{2+1}{2-\frac{1}{2}} = \dfrac{3}{\frac{3}{2}} = 2$ غلط