(مسارا امینی راد)

۱

$۱۲a^۳+(m-۳)a^۲+a^۲=0 \rightarrow a^۲(۲a+(m-۲))=0$

ضرب صورت = 0 ... $a=0$ غ ق ق ... $۲a, ۲-m$ ... $m=۲-۲a$

در پیوسته a

$\sqrt{۴x^۲+(m+۳)x+\frac{m}{۴}}=0 \rightarrow ۴a^۲+(۵-۲a)a+\frac{۲-۲a}{۲}=۴a^۲+۴a+1=0$

$(۲a+1)^۲=0 \rightarrow a=-\frac{1}{۲}, m=۳$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{\frac{۳}{۲}}}{|x^۲-\frac{x}{۲}+\frac{1}{۴}|}=\frac{۲\tan b}{\sqrt{x}} \xrightarrow{x=-\frac{1}{۲}} \frac{\sqrt{\frac{۳}{۲}}}{\frac{۳}{۴}}=\frac{۲\tan b}{\sqrt{\frac{1}{۲}}} \Rightarrow \tan b=\frac{\sqrt{۳}}{۳} \quad b=\frac{\pi}{۶}$

$\frac{\sqrt{۴x^۲+۹x+\frac{۴}{۲}}}{|۲x^۳+\frac{1}{۴}|}=\frac{\sqrt{\frac{۳}{۲}}(۲x...)}{۲|x+\frac{1}{۲}||x^۲-\frac{x}{۲}+\frac{1}{۴}|}$

۲

$f(x)=\frac{x^۲+ax+b}{x-1} \xrightarrow{\text{حد چپ} = \text{حد راست}} \begin{matrix} x=1 \\ 1+a+b=0 \end{matrix} \Rightarrow a+b=-1$

$ax^۲+ax+b=0 \Rightarrow a-a+b=0 \rightarrow a-b=۵$

$۲a=۴ \quad b=-۳$

$a=۲$

$\left[\frac{b-۲a}{۳}\right]=\left[\frac{-۷}{۳}\right]=-۳$

۳

$f(x)\begin{cases} \tan\frac{(x+1)\pi}{۴} & x\le 1 \\ \frac{|x^۲+x-۲|}{a(1-x)} & 1<x<a \\ b(x-[-x]) & x\ge ۵ \end{cases} \Rightarrow \frac{|(x+۲)(x-1)|}{a(1-x)}$

$\frac{-۲ \quad 1}{+ \;\;- \;\;+} \Rightarrow \frac{(x+۲)(x-1)}{a(1-x)}=\frac{-x+۲}{a}$

$\underset{x=a}{\rightarrow} -\frac{۷}{a}=b(a+۵)$

$\tan\frac{۲\pi}{۴}=-\frac{۳}{a}$ ... $-1$ ... $a=۳$

$-\frac{۷}{۳}=1 \quad b=-\frac{۷}{۲۴}$

۴

$f(x)=a[x+1]+b[x+[a+1]] \Rightarrow f(x)=a[x]+a+b[x]+b[a]+b$

$\xrightarrow{x=0^+} a+b[a]+b=k$

$\xrightarrow{x=0^-} -a+a-b+b[a]+b=k$

$a+b+b[a]=b[a]$

$a+b=0$

$b=-a$

$b=-a \quad a[a]+a-a[a]-a[a]-a=-a[a]$

$\Rightarrow \frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{-a[a]}=-1$

۵

$f(x)=b[x^۲-ax]-۲a \xrightarrow{\text{پیوسته}} 0=\frac{\text{ضرب}}{\text{ریاضی}} \Rightarrow b=0 \rightarrow f(x)=-۲a$

$\frac{a}{f(b)}=\frac{a}{-۲a}=-\frac{1}{۲}$

(سارا امین زاده)

④

$$f(x)\begin{cases}\dfrac{x^2+mx+n}{x-2} & x\neq a\\ & x=a\end{cases} \xrightarrow{\text{پیوسته}} \text{صورت } (x-a) \text{ بخش پذیر}$$

$f(2a)=0 \rightarrow$ صورت $(x-2a)$ بخش پذیر

$$\frac{(x-a)(x-2a)}{-(x-a)}=-(x-2a)\xrightarrow[f(a)=2]{x=a}-(a-2a)=2\rightarrow a=2$$

$$(x-a)(x-2a)=x^2-3ax+2a^2=x^2+mx+n\begin{cases}\rightarrow m=-3a\rightarrow m=-6\\ \rightarrow n=2a^2\rightarrow n=8\end{cases}$$

$n-(-6)=14$

⑦

$$f(x)\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & x\notin Z\\ b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x\in Z\end{cases}$$

$x=0^+\rightarrow(1-a)(0)+(3a^2-1)(-1)=1-3a^2$

$x=0\rightarrow b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right)$

$x=0^-\rightarrow(1-a)(-1)+(3a^2-1)(0)=a-1$

$1-3a^2=a-1$

$3a^2+a-2=0$

$a=-1$ $\quad$ $a=\frac{2}{3}$

$1-3a^2=1-3=-2$

$a-1=-2$

$1-3a^2=1-\frac{4}{3}\rightarrow-\frac{1}{3}$

$a-1=\frac{2}{3}-1=-\frac{1}{3}$

$b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right)$

$=b\sin(-\pi)$

$b\sin\frac{3\pi}{2}=-b$

$b=\frac{1}{3}$

⑧

$$\frac{|x^2+ax-a-1|}{m|x^2-1|+|x-1|}\quad x\neq1\quad x=1$$

$$\rightarrow\frac{x^2+mx-m-1}{|x-1|(m|x+1|+1)}\xrightarrow{x-1}\frac{x^2+mx-1-m\,\big|\,x-1}{\quad x+m+1}$$

$$\Rightarrow\frac{|x-1||x+m+1|}{|x-1|(m|x+1|+1)}=\frac{x+m+1}{(m|x+1|+1)}\Rightarrow\frac{m}{m+2}$$

$m<-2\rightarrow-m^2-4m-4=2m^2+m\rightarrow3m^2+5m+4=0\rightarrow\Delta<0$

$m>-2\rightarrow m^2+4m+4=2m^2+m\rightarrow m^2-3m-4=0$

$(m-4)(m+1)=0$ $\quad m=4$

$$\lim f(x)=\frac{\left|\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1\right|}{\left(\frac{1}{4}\times\frac{5}{4}+1\right)}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{16}}=\frac{24}{9}$$

$m=-1$

$$\lim f(x)\ \frac{|-1-1+1|}{(-1\times0+1)}=1$$

(9)

$$f(x)=\frac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{|x^3+(m-2)x^2+a^2|} \qquad |-x-1|=|x+1|$$

$R-\{a\}$ تعریف شده معلوم است $\longrightarrow$ ریشه مشترک صورت و مخرج $=a \to \sqrt{3}\,|a^2+a|=0$

$a(a+1)=0 \to a=0$ یا $a=-1$

$f(x)=\frac{0}{0}$ تع[illegible] $\uparrow$ صورت $=0$

مخرج $=0$ ، $x=-1$

$|-1+(m-2)(1)+1|$

$m-2=0$

$m=2$

$$f(x)=\frac{\sqrt{3}\,|x+1|}{|x^3+1|} \to \lim_{x\to a=-1} f(x)=\frac{\sqrt{3}\,|-1+1|}{|-1+1|}=\frac{0}{0}$$

$$\lim \frac{|x+1|}{|x+1|\,|x^2-x+1|}=\frac{1}{|1+1+1|}=\frac{1}{3}$$

(10)

$$f(x)\begin{cases}\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|}=\dfrac{|x|(|x|+1)}{|x|(|x|+a)}=\dfrac{|x|+1}{|x|+a} & x\neq 0\\[2mm] \dfrac{2a-1}{2a+2} & x=0\end{cases}$$

$x=0 \to \frac{1}{a}=\frac{2a-1}{2a+2}$

$2a^2-a=2a+2$

$2a^2-3a-2=0$

$a=\frac{3\pm 5}{4}$ ↗ $2$ ↘ $-\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)=\frac{\frac{1}{2}+1}{2+\frac{1}{2}}=\frac{3}{5}$$

$$\lim_{x\to -2} f(x)=\frac{2+1}{2-\frac{1}{2}}=\frac{3}{\frac{3}{2}}=2$$