دوازدهم A — تکلیف شمارهٔ ۲۱ — پویا ...

۱-

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{6x^2+(m+3)x+\frac{m}{2}}}{|2x^3+(m-3)x^2+a^2|} & ; x\neq a\\[2ex] \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-x}} & ; x=a\end{cases}$$

$0<b<\pi$

۱ حل برخوردار $\to \Delta=0 \to (m+3)^2-12m=0 \to m^2+6m+9-12m=0 \to$

$\to m^2-6m+9=0 \to (m-3)^2=0 \to m=3$

$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{-(\overset{3}{m}+3)}{12}\xrightarrow[x=a]{} a=-\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{6(x+\frac{1}{2})^2}}{|2x^3+\frac{1}{4}|}=\lim_{x\to -\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{6}\,\cancel{|x+\frac{1}{2}|}}{2\,\cancel{|x+\frac{1}{2}|}\,|x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}|}=\boxed{\frac{2\sqrt{6}}{3}}$$

$$\to f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{2\tan b}{\sqrt{\frac{1}{2}}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}\to \cancel{2}\sqrt{2}\tan b=\frac{\cancel{2}\sqrt{6}}{3}\to b=\frac{\pi}{6}$$

۲ حد ✓
پیوسته ✗

$$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1} \quad , \quad 5x^2-ax+b=0$$

اگر $x=1$ در دامنه ... پیوسته نیست

$$5-a+b=0 \rightarrow a-\cancel{b}=5$$

باید x^2+ax+b در $x=1$ ... پیوسته نیست

$$x=1 \ , \ 1+a+b=0 \rightarrow a+\cancel{b}=-1$$

$$2a=4 \rightarrow a=2$$

$$b=-3$$

$$\left[\frac{b-2a}{3}\right]=\left[\frac{-3-4}{3}\right]=\left[\frac{-7}{3}\right]=-3$$

۳

$$f(x)=\begin{cases} \tan\dfrac{(2x+1)\pi}{4} & ; \ x\leq 1 \\[2mm] \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & ; \ 1<x<5 \\[2mm] b(x-[-x]) & ; \ x\geq 5 \end{cases}$$

$$x=1 \rightarrow \tan\frac{3\pi}{4}=-1$$

$$\frac{|(x+2)(x-1)|}{a(1-x)} \rightarrow \frac{+ \quad +}{+(1^+)} \rightarrow \frac{(x+2)(\cancel{x-1})}{a(\cancel{1-x})_{-1}}=\frac{-(x+2)}{a}$$

$$x=5^+ \rightarrow b(5-(-5))=10b$$

شرط پیوستگی

$$f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x) \rightarrow -1=-\frac{(x+2)}{a} \rightarrow a=3$$

$$f(5)=\lim_{x\to 5^-} f(x) \rightarrow 10b=-\frac{\overbrace{(x+2)}^{7}}{\underbrace{a}_{3}} \Rightarrow b=-\frac{7}{30}$$

$$\rightarrow a\times b=\frac{-7}{10}$$

۴_ $f(x) = a\overbrace{[x+1]}^{[x]+1} + b\overbrace{[x+[a+1]]}^{[x]+[a]+1} \longrightarrow$ پیوسته در $\mathbb{R}$

$\to a[x]+a+b[x]+b[a]+b \to [x](a+b)+b[a]+a+b$

اگر در براکت عامل صفرشونده ضرب شود پیوسته می‌شود

$\to a+b=0 \to b=-a \to f(a) = [a]\underbrace{(a-a)}_{0} - a[a] \cancel{+a-a}$

$f(a) = -a[a]$

$\frac{a[a]}{f(a)} = \frac{a[a]}{-a[a]} = -1$

۵_ $f(x) = b[x^2-ax]-2a \to$ پیوسته در $\mathbb{R}$ و $f(x)\neq 0$

$b=0 \to$ اگر $b=0$ باشد براکت پیوسته می‌گردد

$\frac{a}{f(b)} \to \frac{a}{\underset{-2a}{f(a)}} = \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$

۶_

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+mx+n}{a-x} & ; x\neq a \\ 2 & ; x=a \end{cases}$$

$\longrightarrow$ پیوسته در $\mathbb{R}$

$f(2a)=0$

$\lim_{x\to a} \frac{x^2+mx+n}{a-x} = 2 \xrightarrow[\frac{0}{0}]{Hop} \frac{2x+m}{-1} = 2 \to 2x+m=-2$

$x=a \to a^2+am+n=0 \qquad f(2a)=0 \to \frac{4a^2+2am+n}{a} = 0 \to$

$\to 4a^2+2am+n=0 \to 4a^2+2am+\cancel{n} = a^2+ma+\cancel{n} \to 3a^2 = -2am$

$3a = -2m \to m = -\frac{3}{2}a \to 2a - \frac{3}{2}a = -2 \to a=-4 \to m=6$

$16-24+n=0 \to n=8 \qquad n-m=2$

$$f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (۳a^۲-1)[-x] & ; x \notin \mathbb{Z} \\ b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & ; x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$ ـ۷

$1-a = ۳a^۲ - 1 \to ۳a^۲ + a - ۲ = 0 \to a = -1$, $a = \frac{۲}{۳}$

$a = \frac{۲}{۳} \to \frac{1}{۳}([x]+[-x]) = 0 \to \underbrace{b\sin\left(\frac{۳\pi}{۲}\right)}_{-1} = 0 \to b = 0$

$a = -1 \to ۲([x]+[-x])$.

$$\frac{\sqrt{۳}\,|ax+a|}{|x^۳+(m-۲)x+a^۲|}$$ ـ۹

$\lim_{x\to a} f(x)$ وجود دارد $\to a^۳+(m-۲)a+a^۲=0 \to \underset{\neq}{a}(a^۲+a+m-۲)=0$

$a^۲+a=0 \to a(a+1)$

غ‌ق‌ق 0 -1 ق‌ق

$\underset{-1}{a^۲} + \underset{-1}{a} + m - ۲ = 0 \to m-۲=0 \to m=۲$

$$\frac{\sqrt{۳}\,|-x-1|}{|x^۳+1|} \to \lim_{x\to -1} f(x) \underset{Hop}{\overset{\frac{0}{0}}{=}} \lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{۳}}{۳x^۲} \to -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۵)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & ; x\neq 0\\[2ex] \dfrac{2a-1}{2a+2} & ; x=0\end{cases}$$

پیوسته در R ⟵

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+x}{x^2+ax}\xrightarrow[\text{hop}]{\frac{0}{0}}\lim_{x\to 0^+}\frac{2x+1}{2x+a}=\frac{1}{a}$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2-x}{x^2-ax}\xrightarrow[\text{hop}]{\frac{0}{0}}\lim_{x\to 0^-}\frac{2x-1}{2x-a}=\frac{1}{a}$$

lat

$$\to \frac{2a-1}{2a+1}=\frac{1}{a}\to 2a^2-a=2a+1\to 2a^2-3a-1=0$$

$$\frac{3\pm\sqrt{9+8}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$$