

۱. در این مسئله، a و b اعداد حقیقی هستند و f تابعی از $\mathbb{R}$ به $\mathbb{R}$ است.

$$4m^2 + (m+r)n + \frac{m}{r} = 4(n-a)^2 = 4(n^2 - 2an + a^2) \rightarrow 4a^2 = \frac{m}{r} \Rightarrow m = 4a^2 r$$

$$\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0 \rightarrow (m+r)^2 - 4 \times \frac{m}{r} = 0$$

$$\rightarrow m^2 + 4m + 4 - 12m \Rightarrow m = 4$$

$$-12a = \frac{m+r}{4a^2} \rightarrow 12a^3 + 12a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

از طرف دیگر عبارت Δ مساوی صفر است.

$$f(n) = \begin{cases} \frac{|n + \frac{1}{r}| \sqrt{4}}{|4n^2 + \frac{1}{r}|} & n \neq a \\ \frac{r \tan b}{\sqrt{-n}} & n = a \end{cases}$$

$$\frac{|n + \frac{1}{r}| \sqrt{4}}{r |n + \frac{1}{r}| |n^2 - \frac{m}{r} + \frac{1}{r}|} \quad (n = -\frac{1}{r}) \Rightarrow \frac{\sqrt{4}}{\frac{r}{r}} = \frac{2\sqrt{4}}{r}$$

$$\frac{r \tan b}{\sqrt{-n}} = \frac{2\sqrt{4}}{r} \Rightarrow \sqrt{r} \tan b = \frac{\sqrt{4}}{r} \Rightarrow \tan b = \frac{\sqrt{r}}{r} \Rightarrow b = \frac{\pi}{4}$$

۲. وقتی عبارت $n = a$ در درون بیرون نیست $\Leftarrow a$ در بیرون صورت و خارج است، پس $f(a) = 1$

$$\begin{cases} f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b = 0 \\ g(1) = 0 \Rightarrow a - a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 1 + a + b = 0 \Rightarrow a = -1, b = 1 \Rightarrow \left[\frac{-1 - 2 \times 1}{1} \right] = \left[\frac{-3}{1} \right] = -3$$

۳. با n میل به ∞ بیرون به بیرون نقطه a را در نظر بگیرید.

$$f(1) = \tan \frac{\pi}{4} = -1 = \lim_{n \rightarrow 1^+} \frac{n^2 + n - r}{a(1-n)} = \frac{n^2 + n - r}{a(1-n)} = \frac{(n-1)(n+r)}{a(1-n)} = \frac{-r}{a} = -1 \Rightarrow a = r$$

$$f(a) = b(a - [-a]) = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2a} = \lim_{n \rightarrow a} \frac{n^2 + n - r}{r(1-n)} = \frac{(n-1)(n+r)}{r(1-n)} = \frac{-r}{r} = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{r} \Rightarrow ab = -1$$

$$f(n) = a[n] + a + b[n] + b[a] + b \Rightarrow (a+b)[n] + a + b + b[a]$$

$$a + b = 0 \rightarrow a = -b \rightarrow f(n) = -a[a] \Rightarrow \frac{a[a]}{f(a)} = \frac{a[a]}{-a[a]} = -1$$

$$f(n) = b[n^2 - an] - 2a \Rightarrow b = 0$$

$$f(n) = -2a \quad (\text{تابع ثابت}) \quad \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$$

۴. برای بیرون به بیرون a و b در $\mathbb{R}$ باشد، a و b در بیرون صورت و خارج باشند.

$$n^2 + mn + n = (n-a)(n-2a) = n^2 - 2an + 2a^2 \Rightarrow m = -2a, n = 2a^2$$

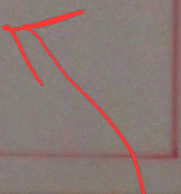
$$\lim_{n \rightarrow a} \frac{(n-a)(n-2a)}{a-n} = 2 \Rightarrow -n + 2a = 2 \Rightarrow a = 2 \rightarrow m = -4, n - m = 2 - (-4) = 6$$

$$n \geq -r \rightarrow m^2 + mn + n = 4m^2 + m \rightarrow m^2 - 3m - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases}$$

$$m = 4 \rightarrow \frac{|2 \times 4 + 2 - 2|}{4|2-1| + |2+1|} = \frac{|2-1|(2+2)}{|2-1|(4|2+1|+1)} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x + \frac{1}{x}}{x \frac{x}{x} + 1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

$$m = -1 \rightarrow \frac{|2 \times (-1) - 2|}{-|2-1| + |2+1|} = \frac{|2| |2-1|}{|2-1| (-|2+1| + 1)} \quad \times$$

سوال ۱



7- با توجه به اینکه $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ و اینکه $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$ داریم $a = \frac{r}{p} \rightarrow b \sin\left(\frac{\pi}{p}\right) = -b \rightarrow -b = -\frac{1}{p} \rightarrow b = \frac{1}{p}$

$(1-a) - r(1-a^r-1) = -4a^r - a + r \quad n \rightarrow 1^+ \quad \left\{ \begin{array}{l} -4a^r - a + r = -2a^r + 1 \Rightarrow 2a^r + a - r = 0 \\ -2a^r + 1 \quad n \rightarrow 1^- \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} a = \frac{r}{p} \\ a = -1 \end{array}$

$a = \frac{r}{p} \rightarrow b \sin\left(\frac{\pi}{p}\right) = b \sin\left(\frac{r\pi}{r}\right) = -b = -1 \rightarrow b = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{r}{p} = \left(\frac{r}{p}\right) \\ \frac{a}{b} = \frac{\frac{r}{p}}{\frac{1}{p}} = r \end{array} \right. \quad \frac{a}{b} = \frac{r}{\frac{1}{p}} = r$

$a = -1 \rightarrow b \sin(-\pi) = -r \rightarrow 0 \text{ ق ق ع}$

8- برای $n \rightarrow \infty$ هر دو در یک مقدار قرار می گیرند

$f(n) = \begin{cases} \frac{|n^r + mn - m - 1|}{m|n^r - 1| + |n - 1|} & n \neq 1 \\ \frac{m}{m+r} & n = 1 \end{cases} \quad 1^- = 1^+ \Rightarrow \frac{(n-1)(n+m+1)}{(n-1)(n+\frac{m+1}{m})} = \frac{r+m}{1+\frac{m+1}{m}}$

$\frac{r+m}{1+\frac{m+1}{m}} = \frac{m}{m+r} \Rightarrow m+m+1 = m^r + \varepsilon m + \varepsilon$

$m^r + r m + r = 0 \quad \Delta < 0$

9- a متناهی و یکتا نیست است. تابع $f(n)$ همواره منفی شود و مخالف فرضیه سوال است.

$a^r + (m-r)a + a^r = 0 \rightarrow a = 0 \rightarrow a^r + a + (m-r) = 0$

$\sqrt{r} |a^r + a| = 0 \rightarrow a = -1, m = r$

$\lim_{n \rightarrow -1} \frac{\sqrt{r} |-n-1|}{|n^r+1|} = \frac{\sqrt{r}}{r}$ ✓

در $a = 0$ وجود دارد پس a یکتا نیست نیز هست.

10- در $n = 0$ یکتا نیست است

$f(n) = \begin{cases} \frac{n^r + |n|}{n^r + a|n|} & n \neq 0 \\ \frac{ra-1}{ra+r} & n = 0 \end{cases} \quad \frac{|n|(|n|+1)}{|n|(|n|+a)} = \frac{|n|+1}{|n|+a}$

$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow 0} \frac{|n|+1}{|n|+a} = \frac{ra-1}{ra+r} \Rightarrow \begin{array}{l} a = r \text{ ق ق} \\ a = -\frac{1}{r} \text{ ق ق ع} \end{array}$

$\lim_{n \rightarrow \frac{1}{r}} f(n) = \frac{|\frac{1}{r}|+1}{|\frac{1}{r}|+r} = \frac{r}{r+1}$ ✓