

۱. به دلیل اینکه a و b در $\mathbb{R}$ پیوسته است، a و b در $\mathbb{R}$ متناهی و زیر اریکال است و برای تعریف f ، f نیز پیوسته است.

$$4m^2 + (m+r)n + \frac{m}{r} = 4(n-a)^2 = 4(n^2 - 2an + a^2) \rightarrow 4a^2 = \frac{m}{r} \Rightarrow m = 12a^2$$

$$\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0 \rightarrow (m+r)^2 - 4 \times 4 \times \frac{m}{r} = 0 \rightarrow -12a = \frac{m+r}{12a^2} \rightarrow 12a^3 + 12a + r = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{r}$$

از طرفی Δ عبارت مساوی صفر است $\Rightarrow$

$$f(n) = \begin{cases} \frac{|n + \frac{1}{r}| \sqrt{4}}{|12n^2 + \frac{1}{r}|} & n \neq a \\ \frac{r \tan b}{\sqrt{-n}} & n = a \end{cases}$$

$$\frac{|n + \frac{1}{r}| \sqrt{4}}{r |n + \frac{1}{r}| |n^2 - \frac{m}{r} + \frac{1}{r}|} \quad (n = -\frac{1}{r}) \Rightarrow \frac{\sqrt{4}}{\frac{r}{r}} = \frac{2\sqrt{4}}{r}$$

$$\frac{r \tan b}{\sqrt{\frac{1}{r}}} = \frac{2\sqrt{4}}{r} \Rightarrow \sqrt{r} \tan b = \frac{\sqrt{4}}{r} \Rightarrow \tan b = \frac{\sqrt{r}}{r} \Rightarrow b = \frac{\pi}{4}$$

۲. وقتی عبارت $n = a$ در $\mathbb{R}$ در اول پیوسته نیست $\Leftarrow a$ در $\mathbb{R}$ در اول پیوسته است، f نیز پیوسته است $= 1$

$$\begin{cases} f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b = 0 \\ g(1) = 0 \Rightarrow a - a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 1 + a + b = 0 \Rightarrow a = 2, b = -3 \Rightarrow \left[\frac{-3 - 2 \times 2}{3} \right] = \left[\frac{-7}{3} \right] = -\frac{7}{3}$$

۳. با n در $\mathbb{R}$ پیوسته با n در $\mathbb{R}$ در اول پیوسته است.

$$f(1) = \tan \frac{\pi}{4} = -1 = \lim_{n \rightarrow 1^+} \frac{n^2 + n - r}{a(1-n)} = \frac{n^2 + n - r}{a(1-n)} = \frac{(n-1)(n+r)}{a(1-n)} = \frac{-r}{a} = -1 \Rightarrow a = r$$

$$f(a) = b(a - [-a]) = 1 \cdot b = \lim_{n \rightarrow a} \frac{n^2 + n - r}{r(1-n)} = \frac{(n-1)(n+r)}{r(1-n)} = \frac{-r}{r} \Rightarrow b = -\frac{r}{r} \Rightarrow ab = -1$$

$$f(n) = a[n] + a + b[n] + b[a] + b \Rightarrow (a+b)[n] + a + b + b[a]$$

$$a + b = 0 \rightarrow a = -b \rightarrow f(n) = -a[a] \Rightarrow \frac{a[a]}{f(a)} = \frac{a[a]}{-a[n]} = -1$$

۴. برای پیوسته شدن f در a ، f باید در a پیوسته باشد.

$$f(n) = b[n^2 - an] - 2a \Rightarrow b = 0$$

۵. f در a پیوسته باشد، f باید در a پیوسته باشد.

$$f(n) = -2a \quad (\text{تابع ثابت}) \quad \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$$

۶. f در a پیوسته در $\mathbb{R}$ باشد، a و r در $\mathbb{R}$ در اول پیوسته باشند و $n = a$ برابر با r باشد.

$$n^2 + mn + n = (n-a)(n-2a) = n^2 - 2an + 2a^2 \Rightarrow m = -2a, n = 2a^2$$

$$\lim_{n \rightarrow a} \frac{(n-a)(n-2a)}{a-n} = r \Rightarrow -n + 2a = r \Rightarrow a = r \rightarrow m = -2, n = 1 - (-2) = 1$$

7- با توجه به اینکه a و r اعداد حقیقی هستند، باید عددی را در آن امتحان کنیم $\leftarrow$ مثلا $n=1$

$$\left. \begin{aligned} (1-a) - r(1a^r - 1) &= -4a^r - a + r \quad n \rightarrow 1^+ \\ -1a^r + 1 \quad n \rightarrow 1^- \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -4a^r - a + r &= -1a^r + 1 \Rightarrow 3a^r + a - r = 0 \\ a &= \frac{r}{3} \\ a &= -1 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} a = \frac{r}{3} &\rightarrow b \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = b \sin\left(\frac{r\pi}{3}\right) = -b = -1 \rightarrow b = 1 \\ a = -1 &\rightarrow b \sin(-\pi) = -r \rightarrow 0 \text{ غلط} \end{aligned} \right\} \frac{a}{b} = \frac{\frac{r}{3}}{1} = \left(\frac{r}{3}\right)$$

8- برای $n \rightarrow \infty$ هر دو در یک مقدار قرار می‌گیرند

$$f(n) = \begin{cases} \frac{|n^r + mn - m - 1|}{m|n^r - 1| + |n - 1|} & n \neq 1 \\ \frac{m}{m+r} & n = 1 \end{cases} \quad |r| = 1^+ \Rightarrow \frac{(n-1)(n+m+1)}{(n-1)(n+\frac{m+1}{m})} = \frac{r+m}{1+\frac{m+1}{m}}$$

$$\frac{r+m}{1+\frac{m+1}{m}} = \frac{m}{m+r} \Rightarrow m+m+1 = m^r + \varepsilon m + \varepsilon$$

$$m^r + r m + r = 0 \quad \Delta < 0$$

9- a مقادیر دیگری نیست است. تابع f همواره صفر می‌شود و مخالف فرمول سوال است.

$$a^r + (m-r)a + a^r = 0 \rightarrow a = 0 \rightarrow a^r + a + (m-r) = 0$$

در $a = 0$ وجود دارد پس a مقادیر دیگری نیست.

$$\sqrt{r} |a^r + a| = 0 \rightarrow a = -1, m = r$$

$$\lim_{n \rightarrow -1} \frac{\sqrt{r} |-n-1|}{|n^r+1|} = \frac{\sqrt{r}}{r}$$

10- در $n=0$ بی‌معنی است

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n^r + |n|}{n^r + a|n|} & n \neq 0 \\ \frac{ra-1}{ra+r} & n = 0 \end{cases} \quad \frac{|n|(|n|+1)}{|n|(|n|+a)} = \frac{|n|+1}{|n|+a}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{|n|+1}{|n|+a} = \frac{ra-1}{ra+r} \Rightarrow \begin{aligned} a &= r \quad \text{غلط} \\ a &= -\frac{1}{r} \quad \text{غلط} \end{aligned} \quad \lim_{n \rightarrow \frac{1}{r}} f(n) = \frac{|\frac{1}{r}|+1}{|\frac{1}{r}|+r} = \frac{r}{a}$$