نام و نام خانوادگی ......مهسا نازنینی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۱.. کلاس ......8A......

۱

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4x^2+(m+3)x+\frac{m}{2}}}{|2x^3+(m-3)x^2+a^2|} & x\neq a\\[2mm] \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-a}} & x=a\end{cases} \longrightarrow \Delta\leq 0$$

$(m+3)^2-4\times4\times\frac{m}{2}=m^2+9+6m-8m$

$m^2+9+6m=(m-3)^2\geq0$ $\boxed{m=3}$

$2x^3+a^2=0\to 2a^3+a^2=0\to a^2(2a+1)=0$, $a\neq 0$, $a=-\frac{1}{2}$ ✓

$\dfrac{\sqrt{4x^2+6x+\frac{3}{2}}}{|2x^3+a^2|}=\dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\,|2x+1|}{|2x^3+a^2|}$

$4\sqrt{\frac{3}{2}}\times\dfrac{1}{4x^2+2x+1}$

$\lim_{x\to-\frac{1}{2}}f(x)=f(-\frac{1}{2})\to\lim_{x\to-\frac{1}{2}}\dfrac{4\sqrt{\frac{3}{2}}}{4x^2+2x+1}=4\sqrt{\frac{3}{2}}$ $\quad f(-\frac{1}{2})=2\sqrt{2}\tan b\to\tan b=\sqrt{3}$

$\boxed{b=\frac{\pi}{3}}$

$\boxed{b=k\pi+\frac{\pi}{3}}$

۲

$f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$

$f(x)$ در نقطه $x=1$ حد دارد ولی پیوسته نیست.

$x^2+ax+b\xrightarrow{x=1}1+a+b=0\to a+b=-1$

$5x^2-ax+b\xrightarrow{x=1}5-a+b=0\to a-b=5$

$\to 2a=4 \quad a=2 \quad b=-3$

$\left[\dfrac{b-2a}{3}\right]=\left[\dfrac{-7}{3}\right]=-3$

۳

پیوستگی در $x=1$: $\tan\frac{3\pi}{4}=\lim_{x\to1^+}\dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}=\lim_{x\to1^+}\dfrac{(x+2)(x-1)}{a(1-x)}\Rightarrow -1=\dfrac{3}{-a}\to\boxed{a=3}$

پیوستگی در $x=5$: $b(5-[-5])=\lim_{x\to5^-}\dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}\Rightarrow 10b=\dfrac{28}{3(-4)}\to b=\dfrac{-7}{30}$

$a\times b=3\times\dfrac{-7}{30}=\dfrac{-7}{10}=\boxed{-0.7}$

۴

$f(x)=a[x+1]+b[x+[a+1]]=a([x]+1)+b([x]+[a]+1)$

$\dfrac{a[a]}{f(a)}=\dfrac{a[a]}{b[a]}=\dfrac{a}{b}=-1$

$f(x)=a[x]+a+b[x]+b[a]+b$

$x\to0^+:\ a[0^+]+a+b[0^+]+b[a]+b=a+b[a]+b$

$x\to0^-:\ a[0^-]+a+b[0^-]+b[a]+b=\cancel{-a}+\cancel{a}\cancel{-b}+b[a]\cancel{+b}$

$a+b[a]+b=b[a]\Rightarrow\boxed{a=-b}$

۵

$f(x)=b[x^2-ax]-2a$

توابع براکتی در نقاط صحیح پیوسته نیستند. بنابراین $b=0$

$f(x)=-2a\Rightarrow\dfrac{a}{f(b)}=\dfrac{a}{-2a}=\boxed{\dfrac{-1}{2}}$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a\\ 2 & x=a\end{cases}\qquad f(2a)=0\qquad n-m=?$$

ضابطه اولی، در صورت $x=a$ باید کسر $\frac{0}{0}$ ایجاد کند

از طرفی $2a$ ریشه صورت ضابطه اول است:

$x^2+mx+n=(x-2a)(x-a)=0$ ۶

$f(a)=\lim\limits_{x\to a} f(x)\to 2=\lim\dfrac{x^2+mx+n}{a-x}\to 2=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\cancel{(x-a)}(x-2a)}{-\cancel{(x-a)}}=a$

$\boxed{n-m=12}\qquad \underset{m\quad n}{x^2-4x+8}=(x-2)(x-4)\qquad a=2$

$$f(x)=\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & x\notin\mathbb{Z}\\ b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

$2=\dfrac{a}{b}$

$3a^2+a-2=0\ \begin{cases}a=-1 \times\\ a=\frac{2}{3}\end{cases}\Rightarrow b\sin\left(\frac{\pi}{\frac{2}{3}}\right)\Rightarrow b=\frac{1}{3}$ ۷

$\lim\limits_{x\to z^+} f(x)=(1-a)z+(3a^2-1)(-z-1)$

$\lim\limits_{x\to z^-} f(x)=(1-a)(z-1)+(3a^2-1)(-z)$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to z^+} f(x)=\lim\limits_{x\to z^+} f(x)$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|x-1|} & x\neq 1\\ \dfrac{m}{m+2} & x=1\end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=f(1)$

چون مخرج ۰ است پس کسر $\frac{0}{0}$ HOP

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{\cancel{m|x^2-1|}+|x-1|}\ \overset{\text{HOP}}{=}\ \dfrac{2x+m}{2mx+1}$ ۸

$mx^2-m+x-1$

$-1, 4=m$

$m^2-3m-4=0 \Leftarrow \cancel{m^2}+4+\cancel{4m}=\cancel{2m^2+m}$

$\Leftarrow \dfrac{m}{m+2}=\dfrac{2+m}{2m+1}$

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{m}} f(x)\ \begin{cases}\xrightarrow{m=-1}\ \frac{2}{2}=1\\ \xrightarrow{m=4}\ \frac{7}{8}\end{cases}$

$$\frac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$$

ریشه مخرج: a

$0=a^3+(m-2)a+a^2\to a(a^2+a+m-2)=0$

از آنجایی که $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ موجود است

$a(a+1)\leftarrow a(a)+a=0$

$0\ \times\qquad -1\ \checkmark$

$a^2+a+m-2\xrightarrow{-1} \cancel{1}-\cancel{1}+m-2=0$ ۹

$\boxed{m=2}$

$\dfrac{\sqrt{3}\,|-x-1|}{|x^3+1|}\to \lim\limits_{x\to -1} f(x)=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{3}\,|0|}{0}\ \overset{\frac{0}{0}}{\longrightarrow}\ \lim\limits_{x\to -1}\dfrac{-\sqrt{3}x-\sqrt{3}}{x^3+1}$

$\text{Hop}\to \lim\limits_{x\to -1}\dfrac{-\sqrt{3}}{3x^2}\to \boxed{\dfrac{-\sqrt{3}}{3}}$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & x\neq 0\\ \dfrac{2a-1}{2a+2} & x=0\end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x^2+x}{x^2+ax}\ \overset{\frac{0}{0}}{\underset{\text{Hop}}{\Longrightarrow}}\ \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x+1}{2x+a}=\dfrac{1}{a}$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x^2-x}{x^2-ax}\ \overset{\frac{0}{0}}{\underset{\text{Hop}}{\Longrightarrow}}\ \lim\dfrac{2x-1}{2x-a}=\dfrac{1}{a}$ ۱۰

$f(0)=\dfrac{2a-1}{2a+1}=\dfrac{1}{a}\to 2a^2-a=2a+2\to 2a^2-3a-2=0\to a=-\frac{1}{2}, 2$

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{a}} f(x)=\begin{cases}\xrightarrow{a=2}\ \frac{3}{0}\\ \xrightarrow{a=-\frac{1}{2}}\ 2\end{cases}$