تمرین

SUBJECT:

Year: Month: Day:

۲) اگر ۱ ریشه‌ای از معادله $5x^2-ax+b=0$ همچنین $f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1}$ موجود

و تابع f در آن پیوسته نباشد. مقدار $\left[\frac{b-2a}{3}\right]$ را بیابید.

ناپیوستگی تابع f : $x=1 \xrightarrow{\text{حد دارد}}$ صورت شامل عامل $(x-1)$ هست پس $\rightarrow 1+a+b=0$

$a+b=-1$

ریشه معادله است $\rightarrow 5-a+b=0 \rightarrow b-a=-5$

$$\begin{cases} a+b=-1 \\ b-a=-5 \end{cases}$$

$2b=-6 \rightarrow b=-3$

$a=2$

$\left[\frac{b-2a}{3}\right]=\left[\frac{-3-4}{3}\right]=-3$

۴- تابع با ضابطه $f(x) = a[\cancel{x+1}] + b[x + [\cancel{a+1.}]]$ ⇒ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $\dfrac{a[a]}{f(a)}$

$[a]+1$

$a[x]+a$ $\quad$ $b[x]+b[a]+b$

راه حل:

$$f(x) = [x](a+b) + (a+b) + b[a] = (a+b)([x]+1) + b[a]$$

توابع براکتی در $\mathbb{R}$ جز پیوسته نیست چون پس از هر نقطه پیوسته یک jump دارد. تنها شرط پیوستگی، صفر بودن ضریب پشت براکت است: $a+b=0 \rightarrow b=-a \rightarrow f(x) = b[a] = -a[a]$

$$\frac{a[a]}{f(x)} = \frac{a[a]}{-a[a]} = -1$$

هـ- تابع ناصفر $f(x)=b[x^۲-ax]-۲a$ همه‌جا پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ را بیابید.

تابع براکتی به طور معمولی بین نقاطش پیوسته نیست و jump دارد تنها شرط پیوستگی این f(x) است
که ضریب پشت براکت صفر شود.

$b=۰ \rightarrow f(x)=-۲a$

$\frac{a}{-۲a}=\frac{-۱}{۲}$

۷) تابع $f(x) = \begin{cases} (-a+1)[x] + (۳a^{۲}-1)[-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ b\sin(\frac{\pi}{a}) & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است مقدار $\frac{a}{b}$ را بیابید؟

$n \in \mathbb{Z} \rightarrow$ شرط پیوستگی، $\lim\limits_{x \to n^+} f(x) = \lim\limits_{x \to n^-} f(x) = f(n)$

حد چپ: $\lim\limits_{x \to n^+} f(x) = (n)(1-a) + (۳a^{۲}-1)(-n-1)$

حد راست: $\lim\limits_{x \to n^-} f(x) = (1-a)(n-1) + (۳a^{۲}-1)(-n)$

برابری حد چپ و راست: $1-a = ۳a^{۲}-1$

$۳a^{۲}+a-۲=0 \rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ a=\frac{۲}{۳} \end{cases}$

$x=0$ برای: $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = f(0)$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -۳a^{۲}+1$

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = a-1$

$f(0) = b\sin(\frac{\pi}{a}) \xrightarrow{a=\frac{۲}{۳}} f(0) = -b$ ✓

$f(0) = b\sin(\frac{\pi}{a}) \xrightarrow{a=-1} f(0) = 0$ ×

$-\frac{1}{۳} = -b \rightarrow b = \frac{1}{۳}$

$\frac{a}{b} = \frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{1}{۳}} = ۲$