۱۸٫۵

نام و نام خانوادگی ....[signature]........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۲.. کلاس ....دوازدهم دختر A......

۱

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^۲} & x<1 \\ b\sqrt[۳]{x^۲} & x\geq 1\end{cases} \Rightarrow a+|x| \ ,\ x=0 \Rightarrow$$ مشتق ناپذیر

$\Rightarrow x=1 \longrightarrow$ پیوسته $\Rightarrow a+1=b$ ✓

$f'_+(1)=f'_-(1) \rightarrow 1=\frac{۲}{۳}b\times x^{-\frac{1}{۳}} \rightarrow 1=\frac{۲}{۳}b(1)^{-\frac{1}{۳}} \rightarrow b=\frac{۳}{۲}$

مشتق پذیر $\Rightarrow a+x \to a+1$; $bx^{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow \frac{۲}{۳}bx^{-\frac{1}{۳}} \xrightarrow{x=1} a+1=\frac{۲}{۳}b$

$\Rightarrow b=\frac{۲}{۳}b \Rightarrow b=0$; $a+1=0 \Rightarrow a=-1$ $\rightarrow a+b=-1$

$a-b=-1 \longrightarrow a-\frac{۳}{۲}=-1 \rightarrow a=\frac{1}{۲}$ $\quad a+b=\frac{۳}{۲}+\frac{1}{۲}=\frac{۴}{۲}=۲$

(1)

۲

$f(x)=\frac{|۲x-۴|}{\sqrt[۳]{x^۲}} \xrightarrow[۲x-۴<0]{x=1} f(x)=\frac{-(۲x-۴)}{\sqrt[۳]{x^۲}}$ $\quad g(x)=\frac{\sqrt{x^۲-۴x+۴}+\sqrt{۲x}}{\sqrt[۳]{x^۲}}=\frac{|x-۲|+\sqrt{۲x}}{\sqrt[۳]{x^۲}} \xrightarrow[x-۲<0]{x=1}$

$g(x)=\frac{-(x-۲)+\sqrt{۲x}}{\sqrt[۳]{x^۲}}$

$f'(1)-۲g'(1)=(f-۲g)'(1)$

$f-۲g=\frac{\cancel{-(۲x-۴)+۲(x-۲)}-۲\sqrt{۲x}}{\sqrt[۳]{x^۲}}=\frac{-۲\sqrt{۲}x^{\frac{1}{۲}}}{x^{\frac{۲}{۳}}}=-۲\sqrt{۲}x^{-\frac{1}{۶}}$

مشتق $\xrightarrow{x=1} -۲\sqrt{۲}\times\left(-\frac{1}{۶}\right)x^{-\frac{۷}{۶}}=-۲\sqrt{۲}\times\left(-\frac{1}{۶}\right)=\boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۳}}$

(۲)

۳

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x\geq a\end{cases}$$

پیوسته $\Rightarrow ab+c=\frac{1}{a}$

مشتق $\Rightarrow b=\frac{-1}{x^۲} \Rightarrow b=\frac{-1}{a^۲}$

$\rightarrow \overset{-\frac{1}{a}}{\cancel{\frac{-1}{a^۲}\times a}}+c=\frac{1}{a}$

$c=-\frac{۲}{a}$

$\boxed{ac=-۲}$

$\frac{1}{a}=\frac{-1}{a^۲}\times a+c$

$\frac{۲}{a}=c$ $\quad ac=۲$

(۱٫۵)

۴

$$f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a\end{cases}$$

$(a,b) \xrightarrow{\text{پیوسته}} b=b+(x-a)^m \xrightarrow{x=a} b=b$ ✓

مشتق ناپذیر $\rightarrow 0\neq m(x-a)^{m-1} \xrightarrow{x=a} 0\neq 0$ ✗

$\rightarrow m-1=0$

$m=1$ یک مقدار !

$(x-a)^0=1$

$m\neq 0 \rightarrow 1\neq 0$ ✓

(۲)

۵

$g'(-\sqrt[۳]{۲})f'(g(-\sqrt[۳]{۲}))=(fog)'(-\sqrt[۳]{۲})$

$fog(x)=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{۲x^۳}-\left|\frac{1}{۲x^۳}\right|}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{۲}{۲x^۳}}}=x \Rightarrow fog(x)=x \Rightarrow (fog)'(x)=1$

$x<0$ $(x=-\sqrt[۳]{۲})$

$x>-\sqrt[۳]{۲}$

$(fog)'(-\sqrt[۳]{۲})=\boxed{1}$

$\underset{x<0}{g(x)}=\frac{1}{۲x^۳} \Rightarrow g(x)<0$

(۲)

$y=-ax-۵ \xrightarrow{\text{تماس}} f'(۳)=-a$

$f(۳)=-۳a-۵$

$\Rightarrow f'(۳)-f(۳)=-a+۳a+۵=۲$

$a=-۱/۵$

$f'(۳)=۱/۵$

$f(۳)=-۰/۵$

$\frac{f(۳)}{f'(۳)}=\frac{-۰/۵}{۱/۵}=\boxed{-\frac{۱}{۳}}$

۲

۶

$g(x)=\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}}$ $\quad g(x)=\frac{۱}{\sqrt[۳]{\cancel{\frac{۹}{۸}-۱}\ \frac{۱}{۸}}}=۲$ $\quad g'(x)=\frac{-۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۴}}=\frac{\cancel{۲}\times\frac{-۳}{\cancel{۲}\sqrt{۲}}}{\cancel{۳}\sqrt[۳]{(\frac{۱}{۸})^۴}}=\frac{+۱۶}{\sqrt{۲}}=-۸\sqrt{۲}$

$f(x)=\left(x\left[x^۲+\frac{۱}{۲}\right]\right)^۲+۱ \xrightarrow[x^۲+\frac{۱}{۲}=۴/۵]{x=۲} f(x)=(۴x)^۲+۱=۱۶x^۲+۱$

$f'(x)=۳۲x \Rightarrow f'(۲)=۶۴$

$\frac{(f\circ g)'(\frac{۳}{\sqrt{۸}})}{-۱۲۸\sqrt{۲}}=\frac{f'(g(x))\,g'(x)}{-۱۲۸\sqrt{۲}}=\frac{f'(۲)\,g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}})}{-۱۲۸\sqrt{۲}}=\frac{-۸\sqrt{۲}\times ۶۴}{\cancel{-۱۲۸\sqrt{۲}}\ ۱۶}=\boxed{۴}$

۲

۷

$f'(-۱)=\frac{۳}{۲}$

$g(x)=f(x+۱)+f(۳x+۱۰) \Rightarrow g'(x)=(۱)f'(x+۱)+(۳)f'(۳x+۱۰)$

$\xrightarrow{x=-۲} g'(-۲)=f'(-۱)+۳f'(۴)$

$T=۵ \Rightarrow f'(-۱+۵k)=f'(-۱) \xrightarrow{k=۱} f'(۴)=f'(-۱)$

$\Rightarrow g'(-۲)=۴f'(-۱)=۴\times\frac{۳}{۲}=\boxed{۶}$

$f'(-۱)=\frac{۳}{۲}$

۲

۸

$\lim_{h\to ۰}\frac{f^۲(۵-h)-۳f(۵-h)+۲}{h(h-۵)} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{-۲\underbrace{f(۵-h)}_{f(۵)}\underbrace{f'(۵-h)}_{f'(۵)}+۳\underbrace{f'(۵-h)}_{f'(۵)}}{\cancel{۵}-۲h\ ۵}=\frac{-۲\times۲\times\frac{۲۵}{۱۲}+۳\times\frac{۲۵}{۱۲}}{۵}$

$=\frac{\frac{-۲۵}{۱۲}}{۵}=\boxed{\frac{-۵}{۱۲}}$

$f(x)=(x-۴)\sqrt[۳]{x+۳} \longrightarrow f(۵)=(۵-۴)(\sqrt[۳]{۸})=۲$

$f'(x)=\sqrt[۳]{x+۳}+(x-۴)\left(\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(x+۳)^۲}}\right) \longrightarrow f'(۵)=\sqrt[۳]{۸}+(۱)\left(\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{۸^۲}}\right)=\frac{۲۵}{۱۲}$

۲

۹

$۶y-۳x=۱ \Rightarrow m=-\frac{-۳}{۶}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow m_{\text{عمود}}=-۲$

$y=x^۲-۴x+۵ \Rightarrow y'=۲x-۴$

$\Rightarrow ۲x-۴=-۲$

$۲x=۲$

$x=۱$

$y=۱-۴+۵=۲ \longrightarrow \boxed{(۱,۲)}$

۲

۱۰