Date No

۱۹٫۵

آیلا فیروزنیا

۱. در چه مشتق‌پذیر نیست.

$$f(x)=\begin{cases} a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$

مشتق‌ها برابر $\rightarrow 1 = b\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}} \rightarrow 1 = b\times\left(\frac{2}{3}\right) \rightarrow b=\frac{3}{2}$

۴

$\rightarrow a+1=b \rightarrow a=b-1 \rightarrow \frac{3}{2}-1=\frac{1}{2} \rightarrow a+b=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2$ ✓

۲. $(f-2g)'(1)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}-\frac{2(\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\frac{|2x-4|-2(|x-2|+\sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=-2\sqrt{3}\,x^{-\frac{1}{6}}$

۴

$\rightarrow(-2\sqrt{3})\left(-\frac{1}{6}\right)x^{\frac{-7}{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ✓

۳. $b=\frac{-1}{a^2}\rightarrow ba^2=-1$

$ba+c=\frac{1}{a}\rightarrow ba^2+ac=1\rightarrow -1+ac=1\rightarrow ac=2$ ✓

۴

۴. $b=b+(x-a)^m \rightarrow$ باید مقدارها برابر باشند اما مشتق‌ها نابرابر باشند

۴

اگر $x=a$ هر مقداری m همگی به صفر

$0\neq m(x-a)^{m-1}\times 1 \rightarrow m-1=0 \rightarrow \boxed{m=1}$ ✓ به ازای مقادیر دیگر m تابع می‌تواند مشتق شود.

۵. $(fog)'(x)\rightarrow\frac{1}{3\sqrt[3]{\frac{1}{x^3-|x^3|}-\left|\frac{1}{x^3-x^3}\right|}}\rightarrow\frac{1}{3\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}}$

۴

✓

$=\frac{1}{\frac{1}{x}},x\rightarrow(fog)'(x)=1\rightarrow(fog)'(-\sqrt[3]{2})=1$

آیلا مرتضی‌نیا

۶.
$f'(۳) = -a$

$f(۳) = -۳a-۵ \to -a+۳a+۵ = ۲ \to ۲a = -۳$ ✓ (۲)

$a = -\frac{۳}{۲}$

$f(۳) = \frac{۹}{۲} - \frac{۱۰}{۲} = \frac{-۱}{۲} \to \frac{\frac{-۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = \frac{-۱}{۳}$ ✓

$f'(۳) = \frac{۳}{۲}$

۷-
$g'(x) = \frac{-۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۴}} = \frac{-۲\frac{۳}{۲\sqrt{۲}}}{۳\sqrt[۳]{(\frac{۱}{۸})^۴}} = -۸\sqrt{۲}$ (۲)

$g(\frac{\sqrt{۳}}{۸}) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۱}{۸}}} = ۲ \to f'(۲) = ۲(۲[۴+\frac{۱}{۲}]) \times ([۴+\frac{۱}{۲}]) = ۶۴$

$\to \frac{-۸\sqrt{۲}\times ۶۴}{-۱۲۸\sqrt{۲}} = ۴$ ✓

۸- (۱,۵)
$f(x+۱)+f(۳x+۱۰) \xrightarrow{x=-۲} f(x+۱) = f(۳x+۱۰) \Rightarrow f(-۱) = f(۴)$

$\to g'(-۲) = f'(-۱) + \cancel{f'(x)} = ۲f'(-۱) = ۲\times\frac{۳}{۲} = ۳$ $g'(-۲) = ۴f'(-۱) = ۶$

$۳f'(۴)$

۹-
$\frac{(f(۵-h)-۲)(f(۵-h)-۱)}{h(۵-h)} = \frac{(f(۵-h)-f(۵))(۱)}{۵h} = \frac{-f(۵)}{۵}$

$f(۵) = (۵-۴)(\sqrt[۳]{۵+۳}) = ۲ \mid f'(۵) = (\sqrt[۳]{x+۳}) + (x-۴)(\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(x+۳)^۲}}) = ۲+\frac{۱}{۱۲} = \frac{۲۵}{۱۲}$ (۲)

$\frac{-f(۵)}{۵} \to \frac{-۵}{۱۲}$ ✓

۱۰-
$۶y-۳x=۱ \to y = \frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۶} \to$ شیب $= \frac{۱}{۲}$ شیب خط عمود -۲ (۲)

$x^۲-۴x+۵ \xrightarrow{\text{مشتق}} ۲x-۴ \to ۲x-۴ = -۲ \to x = ۱$ ✓

$\to y = (۱)^۲-۴(۱)+۵ = ۲ \to (۱, ۲)$