

نام و نام خانوادگی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۲... کلاس ...

$$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{\frac{x^3}{|x|}} & x < 1 \\ b\sqrt[3]{x^3} & x \geq 1 \end{cases} \quad (1) \quad \begin{aligned} & \text{پیوستگی: } a+1=b \\ & -(a+1)' = (b\sqrt[3]{x^3})' \end{aligned}$$

تابع $f(x)$ در $x=0$ مشتق ناپذیر است
از داخل و در نقطه صفری شود چون
سوال گفته تنها در یک نقطه مشتق نداریم
پس تابع باید در $x=1$ مشتق پذیر باشد.
هم پیوسته و
هم $f'(1)$ یکسان باشد

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{3} b \Rightarrow b = \frac{3}{1} \xrightarrow{(1)} a+1 = \frac{3}{1} \Rightarrow a = \frac{1}{1}$$

$$a+b = \frac{1}{1} + \frac{3}{1} = \frac{4}{1} = 4 \quad \checkmark$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \left(\frac{-\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}x^3} - \frac{4 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3}x^3}{\frac{1}{3}x^3} \right)_{(1)}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{-\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}x^3} \leftarrow x < 1 \\ g(x) &= \frac{-x + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}x^3}{\frac{1}{3}x^3} \leftarrow x \geq 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}x^3} \right)'_{(1)} = \left(-\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}} \right)'_{(1)} = \left(\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}} \right)'_{(1)} = \frac{4}{3} \quad \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} bx+c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases} \quad (1) \quad \begin{aligned} & \text{هنگامی که تابع مشتق پذیر است:} \\ & 1 - \text{پیوسته است } f(a^-) = f(a^+) \end{aligned}$$

$$-f'(x) = \begin{cases} b & x < a \\ -\frac{1}{x^2} & x \geq a \end{cases} \xrightarrow{f'(a) = f'_+(a)} b = -\frac{1}{a^2} \xrightarrow{(1)} a\left(-\frac{1}{a^2}\right) + c = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow c = \frac{1}{a} \Rightarrow ac = 1 \quad \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + \frac{1}{(x-a)^m} & x \geq a \end{cases} \quad \begin{aligned} & \text{ناپیوسته} \rightarrow a \neq b \\ & \text{پیوسته نیست.} \end{aligned}$$

فقط گوشه، نقطه ای است که در آن تابع
پیوسته و مشتق ناپذیر است.

$$- \text{اگر } m=0 \rightarrow f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b+1 & x \geq a \end{cases} \rightarrow \text{در هر نیمه هم پیوسته نیست.}$$

$$- \text{اگر } m=1 \rightarrow f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b+x-a & x \geq a \end{cases} \rightarrow \text{پیوسته و } f'(x) = \begin{cases} 0 & x > a \\ 1 & x < a \end{cases} \rightarrow \text{در } x=a \text{ مشتق پذیر است.}$$

$$g'(-\sqrt{x}) f'(g(-\sqrt{x})) = (f \circ g)'(-\sqrt{x})$$

$$x < 0 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\rightarrow (f \circ g)'(x) = \frac{1}{\sqrt{x} \left(\frac{1}{\sqrt{x^3}} \right)} = x \rightarrow (f \circ g)'(x) = 1 \quad \checkmark$$

$$g(-\sqrt{x}) < 0 \Rightarrow h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$f'(v) = -a \rightarrow f'(w) - f'(v) = 2 \Rightarrow -a + 3a + a = 2 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$f(v) = -3a - a$$

$$\frac{f(w)}{f'(w)} = \frac{\frac{9}{4} - a}{\frac{3}{4}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = -\frac{1}{3} \quad \checkmark$$

6

$$(f \circ g)'(\frac{w}{\sqrt{2}}) = g'(\frac{w}{\sqrt{2}}) f'(g(\frac{w}{\sqrt{2}})) = g'(\frac{w}{\sqrt{2}}) f'(v) \rightarrow 2\sqrt{v} \times 2\sqrt{v} = 4\sqrt{v}$$

1

$$g(\frac{w}{\sqrt{2}}) = 2 \quad \checkmark \quad / \quad g'(x) = \frac{2x}{3\sqrt{x^2-1}} \rightarrow x = \frac{w}{\sqrt{2}} \Rightarrow g'(\frac{w}{\sqrt{2}}) = 2\sqrt{v}$$

$$\frac{12\sqrt{2} \times 2}{-12\sqrt{2} \times 2} = -1$$

7

$$f'(v) = \lim_{x \rightarrow v} \frac{x^v [x^v + \frac{1}{v}] - v}{x-v} = \lim_{x \rightarrow v} \frac{1+x^v - v}{x-v} = \lim_{x \rightarrow v} \frac{(1+x^v)(x-v) + (x-v)^2}{(x-v)^2} = \frac{1+v}{2}$$

$$y' = g'(\frac{w}{\sqrt{2}}) f'(v) = -1\sqrt{2} \times 2\sqrt{v} = -2\sqrt{v}$$

$$g'(u) = -\frac{1}{u} (u^2-1)^{-\frac{1}{2}} \times 2u = -\frac{1}{u} (u^2-1)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow g'(\frac{w}{\sqrt{2}}) = -\sqrt{v}$$

$$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+1) \rightarrow g'(v) = f'(-1) + 3f'(4) \xrightarrow{\text{تعويض قيم}} g'(-v) = 4f'(-1)$$

$$\xrightarrow{f'(-1) = \frac{w}{v}} g'(-v) = 4 \times \frac{w}{v} = \frac{4w}{v} \quad \checkmark$$

2

8

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(\omega-h)-1)(f(\omega-h)-v)}{h(\omega-h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\omega-h)-1}{h-\omega} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\omega-h)-v}{h} \quad f(\omega) = v$$

$$\frac{1}{\omega} \times -f'(\omega) = -\frac{1}{\omega} f'(\omega) \xrightarrow{f'(\omega) = \frac{v\omega}{1-v}} = -\frac{\omega}{1-v}$$

3

9

$$f'(a) = \frac{1}{\sqrt{a+2}} + \frac{(a-2)}{3\sqrt{(a+2)^3}} \rightarrow f'(a) = \frac{2a}{12}$$

$$xy - 3x = 1 \rightarrow \text{شيب} = \frac{1}{y} \rightarrow \text{شيب معكوس} = -y$$

1, 15, 20

$$-2 = x - 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad \checkmark$$

10