بسامد موسوی — تکلیف شماره ۲۲ — دوازدهم دفتر ۸

۱) $a+|x|$ در $x=0$ پیوسته ✓ مشتق ✗ $\rightarrow$ if $x=1$ $\rightarrow$ $f(x)$ مشتق‌پذیر

$$f(x)\begin{cases} a+|x| & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$

$$a+1=b \quad , \quad \frac{2bx}{3\sqrt[3]{x^4}}=1 \rightarrow b=\frac{3}{2} \rightarrow a=\frac{1}{2} \rightarrow \boxed{a+b=2}$$

---

۲)
$$f'(1)-2g'(1)=(f-2g)'(1)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}-2\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=-2\sqrt{3}\,x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{3}} \rightarrow$$

$$(f-2g)'(x)=(-2\sqrt{3})\left(-\frac{1}{6}\right)x^{-\frac{7}{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

---

۳)
$$ab+c=\frac{1}{a} \quad , \quad b=\frac{-1}{a^2} \rightarrow ab=\frac{-1}{a} \rightarrow$$

$$c=\frac{2}{a} \rightarrow ac=a\times\frac{2}{a}=2$$

---

۴) به ازای صفر و مقادیر مثبت فقط $m\neq 0$ چون $b+1\neq b$ و تابع پیوسته نمی‌شود $\leftarrow (x-a)^m+b=b$

if $m=1 \rightarrow m(x-a)^{m-1}\neq 0 \rightarrow$ اما اگر $m>1$ در آن صورت داریم: $m(x-a)^{m-1}=0 \rightarrow$ فقط $m=1$ قابل قبول است

$\rightarrow$ یک مقدار صحیح

---

۵)
$$g'(x)\times f'(g(x))=(fog)'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3-|x^3|}-\left|\frac{1}{x^3-|x^3|}\right|}}\xrightarrow{\text{در } -\sqrt[3]{2}}\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}}\rightarrow$$

$$(fog)(x)=\frac{1}{\frac{1}{x}}=x \rightarrow fog'(x)=1 \rightarrow (fog')(-\sqrt[3]{2})=1$$

---

۶)
$$f'(3)=-a \quad , \quad f(3)=-3a-5$$

$$f'(3)-f(3)=2 \rightarrow -a+3a+5=2 \rightarrow 2a=-3 \rightarrow a=-\frac{3}{2}$$

$$\frac{f(3)}{f'(3)}=\frac{\frac{9}{2}-5}{\frac{3}{2}}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=-\frac{1}{3}$$

---

۷)
$$(fog)'(x)=g'(x)\,f'(g(x)) \rightarrow$$

$$g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{9}{8}-1}}=2 \quad , \quad f'(2)=2\left(x\left[x^2+\frac{1}{2}\right]\right)\left(\left[x^2+\frac{1}{2}\right]\right)=64$$

$$g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=\frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^4}}=\frac{-2\,\frac{3}{2\sqrt{2}}}{3\sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^4}}=\frac{-\frac{3}{\sqrt{2}}}{\frac{3}{16}}=-8\sqrt{2}$$

$$\rightarrow fog'(x)=-\sqrt{2}\times 8\times 64=\frac{-64\times 8\sqrt{2}}{-128\sqrt{2}}=4$$

(8

$x = -2$

$$g'(-2) = f'(-1) + f'(4) = 2 \times \frac{3}{2} = 3 \xrightarrow{5 = T \text{ دوره تناوب}} f'(-1) = f'(4)$$

(9

$$\lim_{h \to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)} = \frac{(f(5-h)-2)(f(5-h)-1)}{h(5-h)} =$$

$$\frac{(f(5-h) - f(5))(1)}{5h} = -\frac{f'(5)}{5}$$

$$f'(5) = \sqrt[3]{x+3} + \frac{x-4}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$$

$$f(5) = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\rightarrow \text{حاصل حد} = \frac{25}{12} \times \frac{-1}{5} = \boxed{\frac{-5}{12}}$$

(10

$$mm' = -1 \longrightarrow m' = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$$y' = 2x - 4 = -2 \longrightarrow 2x = 2 \longrightarrow x = 1 \longrightarrow y = 2 \longrightarrow \boxed{(1,2)}$$