① $f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^۲} & x<۱ \\ b\sqrt[۳]{x^۲} & x\geq ۱ \end{cases} \xrightarrow{x=۱} a+۱=b$

مشتق سمت چپ $f(x)=a+\sqrt{x^۲}=a+|x| \Rightarrow f'(x)=۱ \quad f'_-(۱)=۱$

مشتق سمت راست $b\,x^{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow f'(x)=\frac{۲}{۳}b\,x^{-\frac{۱}{۳}} \to f'_+(۱)=\frac{۲b}{۳} \qquad ۱\neq\frac{۲b}{۳} \quad b\neq\frac{۳}{۲}$

$a=b-۱ \Rightarrow a+b=b-۱+b=۲b-۱ \qquad a+b=۲b-۱$

② $f(x)=\frac{۲(۲-x)}{x^{\frac{۲}{۳}}} \qquad f'(x)=\frac{-۲x^{\frac{۲}{۳}}-\frac{۴}{۳}(۲-x)x^{-\frac{۱}{۳}}}{x^{\frac{۴}{۳}}} \Rightarrow f'(۱)=-۲$

$g(x)=\frac{(۲-x)+\sqrt{cx}}{x^{\frac{۲}{۳}}} \to g'(۱)=\frac{-۱+\frac{۳}{۲\sqrt{۳}}\times ۱-(۱+\sqrt{c})\cdot\frac{۲}{۳}}{۱} \qquad g'(۱)=-\frac{۱}{۲} \qquad -۲-۲(-\frac{۱}{۲})=-۱$

③ $ab+c=\frac{۱}{a} \qquad f'(x)\begin{cases} b & x<a \\ -\frac{۱}{x^۲} & x>a \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} f'_-(a)=b \\ f'_+(a)=-\frac{۱}{a^۲} \end{matrix} \to b=-\frac{۱}{a^۲}$

$a(-\frac{۱}{a^۲})+c=\frac{۱}{a} \to c=\frac{۲}{a} \to \boxed{ac=۲}$

④ $x=a \to f(x)$ پیوسته ✓ $\qquad f'(x)\begin{cases} ۰ & \cancel{x<a} \\ m(x-a)^{m-۱} & x>a \end{cases} \qquad f'_-(a)=۰ \to f'_+(a)\neq ۰$

$m(a-a)^{m-۱}\neq ۰ \to m=۱$

⑤ $(f\circ g)'(-\sqrt[۳]{۲}) \qquad D_g\,(-\infty,۰) \quad g(x)=\frac{۱}{۲x^۳} \xrightarrow{x<۰} f(g(x))=\frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۱}{۲x^۳}+\frac{۱}{۲x^۳}}}=\sqrt[۳]{x}=x$

$(f\circ g)'(x)=۱$

⑥ $-a-(-۳a-a)=۲ \longrightarrow -a+۳a+a=۲ \to ۲a=-۳ \longrightarrow a=-\frac{۳}{۲}$

$f(۳)=\frac{۳}{۲} \quad , \quad f(c)=-\frac{۱}{۲} \qquad \frac{f(c)}{f'(c)}=-\frac{۱}{۳}$

DATE / / SUBJECT:

(سارا امینی راد)

⑦ $g'(\sqrt[۵]{۳}) \times f'(g(\sqrt[۵]{۳})) = (f\circ g)'(\sqrt[۵]{۳})$

⑧ $g(x) = f(x+۱) + f(۳x+۱۰) \to g'(x) = f'(x+۱) + ۳f'(۳x+۱۰)$

$g'(-۲) = f'(-۱) + ۳f'(۴) \to f(x+۵) = f(x) \Rightarrow f'(x+۵) = f'(x) \to f'(۴) = f'(-۱)$

$g'(-۲) = \frac{۳}{۲} + ۳(\frac{۳}{۲}) = ۶$

⑨ $f(x) = (x-۴)\sqrt[۳]{x+۵} = \sqrt[۳]{x+۳} + (x-۴) \times \frac{۱}{۳(\sqrt[۳]{x+۳})^۲}$

$\lim \frac{f^۲(۵-h) - ۳f(۵-h) + ۲}{h(۵-h)} = \lim \frac{f(۵-h)-۱}{۵-h} \times -\frac{f(۵-h)-۲}{-h} = \frac{f(۵)-۱}{۵}(-f'(۵))$

$\frac{۱}{۵} \times -\frac{۲۵}{۱۲} = \frac{-۵}{۱۲}$

⑩ $۴y - ۳x = ۱ \quad m = \frac{+۳}{۴} = \frac{۱}{۲}$ شیب خط $= -۲$ $\quad y' = ۲x - ۴ = -۲ \to x = ۱ \; y = ۲$

به قرینه معکوس $\quad (۱, ۲)$