نگین نکویی ۲۰ دوازدهم ریاضی A تکلیف ۲۲

۱- برای بررسی پیوستگی و مشتق پذیری در نقطه مرزی بررسی می کنیم

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$$

$\rightarrow$ $a+1=b$

$\frac{4}{x\sqrt{x^4}}=\frac{b\times 2x}{3\sqrt[3]{x^4}}$ $\rightarrow$ فقط در یک نقطه صدق کند

$\frac{1}{x^2}=\frac{2b}{3}$, $b=\frac{3}{2}$

$a=\frac{1}{2}$

$a+b=2$ ✓ (۲)

۲-

$f(x)=\frac{|2x-3|}{\sqrt[3]{x^2}} \rightarrow f'(1)=\frac{-|2x-3|}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{3-2x}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{-2\sqrt[3]{x^2}-\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}(3-2x)}{\sqrt[3]{x^4}}$

$=\frac{-2-\frac{2}{3}(1)}{1}=\frac{-\frac{10}{3}}{1}=-\frac{10}{3}$

$g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{|x-2|+\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{2-x+\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{(-1+\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2x}})(\sqrt[3]{x^2})-\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}(2-x+\sqrt{2x})}{\sqrt[3]{x^4}}$

$=\frac{-1+\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}-\frac{2}{3}(1+\sqrt{2})}{1}=\frac{-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{2}}{6}}{1}=-\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{2}}{6} \rightarrow 2g'(1)=-\frac{10}{3}-\frac{2\sqrt{2}}{6}$

$f'(1)-2g'(1)=-\frac{10}{3}+\frac{10}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{3}$ ✓ $\frac{3}{2\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{2}{3}\sqrt{2}$ (۲)

۳-

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & x<a \\ \frac{1}{x} & x\geq a \end{cases}$$

برای بررسی پیوستگی $\rightarrow ba+c=\frac{1}{a} \rightarrow ba^2+ca=1$

-1 , $ca=2$ ✓ (۲)

برای مشتق: $b=-\frac{1}{x^2} \Rightarrow b=-\frac{1}{a^2}$

$ba^2=-1$

۴- ابتدا پیوستگی را بررسی می کنیم

$$f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a \end{cases}$$

$\rightarrow f'_-(a)=0$

$b=b+0$ ✓

پس باید به مشتق نگاه کنیم

$\rightarrow f'_+(a)=m(x-a)^{m-1}$

$\Rightarrow m=1 \rightarrow f'_+(a)=1$

که فقط به ازای $m=1$ پیوستگی دارد اما مشتق ندارد ✓ (۲)

ه -

$g'(-\sqrt[۳]{۲}) \quad f'(g(-\sqrt[۳]{۲}))$

$(fog)' = \frac{1}{\sqrt[۳]{۲g}} = \frac{1}{\sqrt[۳]{\;}} = x \longrightarrow (fog)' = 1$ ✓ ②

$y = -ax - 5 \longrightarrow \quad y = -2a - 5 \quad \longrightarrow f'(2) = -a$

$-a - (-2a - 5) = -a + 2a + 5 = 4$

$2a = -2 \rightarrow a = -\frac{2}{2}$

$\rightarrow f(2) = -\frac{1}{2}$

$\hookrightarrow f'(2) = \frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$ ✓

(۲)

۷ —

$(f\circ g)' \Rightarrow f\circ g = \left(x\left[\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\right]\right)^2+1 = 16x^2+1$

$(f\circ g)'_{(2)} = 32x = 64$

$g\left(\frac{2}{\sqrt{8}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{8}-1}} = 2$

$(f\circ g)' = g'(2)\, f'\left(g\left(\frac{2}{\sqrt{8}}\right)\right) =$

$g'(2) = -\frac{16}{\sqrt{2}} = -8\sqrt{2}$, $\quad f'(2) = 64$

$g(x) = (x^2-1)^{-\frac{1}{2}}$

$g'(x) = -\frac{1}{2}(2x)(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}$

$g'\left(\frac{2}{\sqrt{8}}\right) = -\frac{1}{2}\times\frac{4}{\sqrt{8}}\times \frac{\ldots}{16} = \frac{32}{2\sqrt{2}} = \frac{-16}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -8\sqrt{2}$

$\frac{64\times -8\sqrt{2}}{-128\sqrt{2}} = 4$

۴

$f'(-۱) = \frac{۳}{۲} \quad \rightarrow f'(۴) = \frac{۳}{۲}$

$g'(x) = f'(x+۱) + ۳\, f'(۳x+۱۰)$

$g'(-۲) = \underset{\frac{۳}{۲}}{f'(-۱)} + ۳\, \underset{\frac{۵}{۲}}{f'(۴)} \quad \rightarrow g'(۲) = ۶$ ✓

$\lim \frac{f^۲(۵-h) + ۳f(۵-h) + ۲}{-h^۲+۵h} \overset{\frac{۰}{۰}}{\underset{Hop}{=}} \frac{-۲ f(۵-h)\, f'(۵-h) + ۳f'(۵-h)}{-۲h+۵} = \frac{-\frac{۲۵}{۳} + \frac{۲۵}{۴}}{۵} = \frac{-\frac{۲۵}{۱۲}}{\frac{۵}{۱}} = \frac{-۵}{۱۲}$ ✓

$f(۵) = ۱ \times \sqrt[۳]{۸} = ۲$

$f'(۵) = \sqrt[۳]{x+۳} + \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲+۶x+۹}}(x-۳) = ۲ + \frac{۱}{۳\times۴} \times ۱ = \frac{۲۵}{۱۲}$

Scanned with CamScanner

- ۲۰

$۴y - ۳x = ۱$

$۴y = ۳x + ۱$

$y = \frac{۳}{۴}x + \frac{۱}{۴} \rightarrow m = \frac{۱}{۲} \longrightarrow m' = -۲$

۴

$f(x) = x^{۲} - ۴x + ۵ \rightarrow f'(x) = ۲x - ۴ = -۲$

$۲x = ۲ \rightarrow x = ۱ \rightarrow (۱, ۲)$

$۱ - ۴(۱) + ۵ = ۲$