① $f(x) = \begin{cases} a+\sqrt{x^2} & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x \geq 1 \end{cases} \longrightarrow a+x \quad x<1$

روژین قشوریان

$\xrightarrow{\text{به پیوستگی تابع}}$ $a+1=b \longrightarrow a-b=-1$ ①

$\xrightarrow[\text{بپذیرد}]{\text{در نقطه ۱ مشتق}}$ $f'(x) = \begin{cases} \cancel{a+2x}\ 1 & x<1 \\ b\dfrac{2x}{3\sqrt[3]{x}} & x \geq 1 \end{cases}$

$\xrightarrow[\text{بپذیرد در ۰ه مشتق ناپذیر است}]{\text{در ① مشتق}}$ $1 = \frac{2}{3}b \rightarrow \boxed{b=1/5}$ ② $\xrightarrow{①,②} a-1/5=-1 \rightarrow \boxed{a=0/5}$

$a+b=2$

---

② $f(x) = \dfrac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \qquad g(x) = \dfrac{\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \qquad f'(1)-2g'(1)=?$

$\xrightarrow{x=1} f(x) = \dfrac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}} \qquad g(x) = \dfrac{2-x+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$f(x)-2g(x) = \dfrac{4-2x-2(2-x+\sqrt{3x})}{\sqrt[3]{x^2}} = \dfrac{\cancel{4}-\cancel{2x}-\cancel{4}+\cancel{2x}-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$f(x)-2g(x) = -\dfrac{2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow[\text{مشتق}]{} f$

$f'(x)-2g'(x) = -\dfrac{\left(\left(\dfrac{6}{2\sqrt{3x}}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}\right) + \left(\dfrac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}\right)\left(2\sqrt{3x}\right)\right)}{\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^2}$

$\xrightarrow{x=1} -\dfrac{\left(\left(\dfrac{6}{2\sqrt{3}}\right)+\left(\dfrac{2}{3}\right)\left(2\sqrt{3}\right)\right)}{1} = -\left(\sqrt{3}+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\right)$

$= \boxed{-\dfrac{7\sqrt{3}}{3}}$

$6 \quad \dfrac{3}{\sqrt{3}} \quad \dfrac{4\sqrt{3}}{\cancel{3}}$

Arman

۳) $f(x) = \begin{cases} bx + c & x<a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$

مقدار برابر $\longrightarrow ab + c = \frac{1}{a}$ $\quad a^2 b + ac = 1$ ①

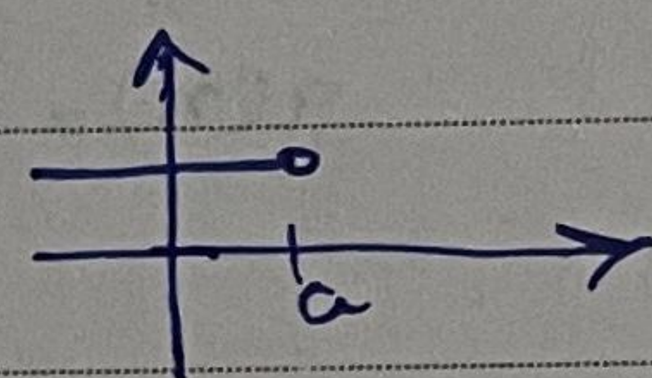
$\longrightarrow a(ab + c) = 1$

مشتق برابر $\longrightarrow b = -\frac{1}{x^2} \xrightarrow{x=a} b = -\frac{1}{a^2} \longrightarrow a^2 b = -1$ ②

②و① $\longrightarrow -1 + ac = 1 \longrightarrow \boxed{ac = 2}$

۴) ① $\boxed{0 \leq m}$ $\quad (a\ b) \longrightarrow$ گوشه

$f(x) = \begin{cases} b & x<a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$



$f'(x) \begin{cases} 0 & x<a \\ m(x-a)^{m-1} & x>a \end{cases}$

$\longrightarrow$ مشتق عبارت در هر صورت تعریف $\longrightarrow m-1<0$ ② $\boxed{m<1}$

نشده است مگر اینکه $(x-a)$ در مخرج

قرار بگیرد

②و① $\longrightarrow 0 \leq m < 1 \ , \ m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = 0$ $\quad$ ① مقدار

۵) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x + [x]}}$ $\qquad g(x) = \frac{1}{2x^3}$

$(fog(-\sqrt[3]{2}))' = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x\left(\frac{1}{2x^3}\right)}}\right)' = (x)' = 1$

۶ $y = -ax - ۵ \quad \Big|^{۳}_{-۳a-۵} \qquad f(۳) = -۳a - ۵$

$y' = -a \qquad f'(۳) = -a$

$f'(۳) - f(۳) = ۲ \longrightarrow -a + ۳a + ۵ = ۲ \quad ۲a = -۳ \quad \boxed{a = -\frac{۳}{۲}}$

$y = +\frac{۳}{۲}x - ۵ \longrightarrow f(۳) = \frac{۹}{۲} - ۵ = -\frac{۱}{۲} \quad f'(۳) = \frac{۳}{۲}$

$\frac{f(۳)}{f'(۳)} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{\cancel{۲}}} = -\frac{۱}{۳}$

---

۷ $f(x) = \left(x\left[x^۲ + \frac{۱}{۲}\right]\right)^۲ + ۱ \qquad g(x) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲ - ۱}}$

$(fog)'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right) \xrightarrow{\frac{۳}{\sqrt{۸}}} \frac{۳}{\sqrt{۸}} > x$

$\rightarrow x^۲ < \frac{۹}{۸} \longrightarrow x^۲ - ۱ < \frac{۱}{۸} \quad \sqrt[۳]{x^۲ - ۱} < \frac{۱}{۲}$

$\longrightarrow \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲-۱}} > ۲$ جزء داخل براکت صحیح

$fog = (۴g(x))^۲ + ۱ \longrightarrow (fog)' = ۲(۴g(x))۴g'(x)$

$۲ \times ۴ \times ۲ \times ۴ \times \frac{۱۲}{۳\sqrt{۲}}$

$g'(x) = (x^۲ - ۱)^{-\frac{۱}{۳}} = \frac{۱}{۳}(x^۲ - ۱)^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x$

$\frac{۱}{۳} \times ۲^۴ \times \frac{۳}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۲}{۳\sqrt{۲}}$

$-\frac{۱\cancel{۶۴} \times ۱۲}{\times ۳\sqrt{۲} \times \cancel{۱۲۸}_{۲}\sqrt{۲}} = -۱$

(8) $g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10)$

$\xrightarrow{x=-2} g'(-2) = f'(-1) + 3\cancel{f'(4)} = g'(-2) = 4f'(-1)$

$g'(-2) = 4 \times \frac{3}{2} \longrightarrow \boxed{g'(-2) = 6}$

---

(9) $\cancel{\lim\limits_{h\to 0} \frac{(f(5-h)-1)(f(5-h)-2)}{h(5-h)}}$

$\cancel{\lim\limits_{h\to 0} \frac{2f(5-h)(-f'(5-h)) + 3f'(5-h)}{-2h}}$

$\cancel{-2f(5)f'(5) + 3f'(5)}$

$\cancel{f(5) = 2}$

---

(9) $f(x) = (x-2)\sqrt[3]{x+3} \qquad f(5) = 2$

$\lim\limits_{h\to 0} \frac{(f(5-h)-2)(f(5-h)-1)}{h(5-h)} \qquad \frac{1}{3}$

$\frac{0}{0}$

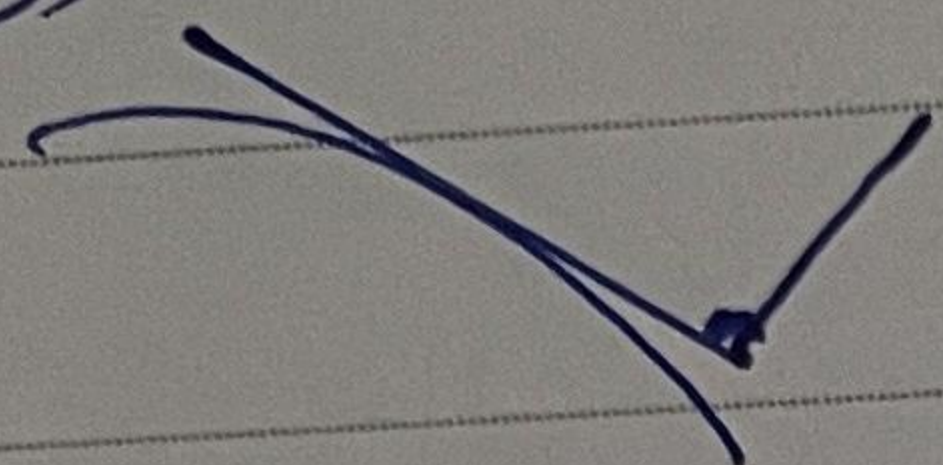
$\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(5-h)-2}{h} \times \frac{1}{3}$

$\xrightarrow{\text{hop}} \frac{-f'(5-h)}{1} \times \frac{1}{3} = -\frac{f'(5)}{3}$

$(1)(\sqrt[3]{x+3}) + \left(\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}\right)(x-2)$

$2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12} \times \frac{1}{3} = \frac{25}{36}$

۱۵)



$y = \frac{۱ + ۳x}{۴}$ $\quad y = \frac{۱}{۴} + \frac{x}{۲}$ $\quad m = \frac{۱}{۲} \rightarrow m' = -۲$

$y = x^{۲} - ۴x + ۵ \rightarrow y' = ۲x - ۴ = -۲$ $\quad ۲x = ۲ \quad x = ۱$

$\xrightarrow{\text{نقطه}} \left| \begin{array}{l} ۱ \\ ۲ \end{array} \right.$