صبا امینی — دوازدهم دختر A — تکلیف ۲۲

۱) در R پیوسته $\rightarrow a+\sqrt{1^2} = b\sqrt[3]{1} \rightarrow a+1=b$ ☆

$$f(x) = \begin{cases} a+|x| \; ; \; x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} \; ; \; x\geq 1 \end{cases}$$

$x<1 \rightarrow$ داخل قدرمطلق ریشه با توان ۱ وجود دارد

$x\geq 1 \rightarrow$ ریشه زیرا رادیکال است که عضو دامنه نیست

مشتق در مرز انشعاب برابر $\Rightarrow 1 = \left(\frac{2x}{3x\sqrt[3]{x}}\right)b \rightarrow \frac{2b}{3\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{x=1} \frac{2b}{3} = 1$

☆☆ $b=\frac{3}{2}$

$\xrightarrow{\text{طبق ☆ و ☆☆}} 1+a = \frac{3}{2}$

$a=\frac{1}{2}$

$a+b=2$

---

۲) $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$ $\qquad g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$f'(1) \xrightarrow[\text{(-) می‌شود}]{\text{در (۱) قدرمطلق}} \frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{f'} \frac{-2\left(\sqrt[3]{x^2}\right) - \left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(4-2x)\right)}{x\sqrt[3]{x}}$

$x \rightarrow 1 \rightsquigarrow \frac{-2(1) - \left(\frac{2}{3}(2)\right)}{1} \Rightarrow -2-\frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{10}{3}$

$g'(1) \rightarrow \frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow[\text{را (-) می‌کند}]{\text{یک قدرمطلق}} \frac{2-x+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\rightarrow \frac{\left(-1+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}\right) - \left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)\left(2-x+\sqrt[3]{x}\right)}{x\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{x=1} \frac{\left(-1+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{2}{3}\right)(2)}{1}$

$\Rightarrow -\frac{2}{3}-\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{-6}{3} = -2$

$f'(1) - 3g'(1) \Rightarrow \frac{-10}{3}+6 \Rightarrow \frac{2}{3}$

$$f(x) = \begin{cases} bx + c \ ; & x < a \\ \frac{1}{x} \ ; & x \geq a \end{cases}$$ ۳)

مرزانه $\rightarrow a$ ← مشتق در مرزانه $\rightarrow -\frac{1}{x^2} = b \rightarrow -\frac{1}{a^2} = b$

مقدار در مرزانش $\rightarrow \frac{1}{a} = \underbrace{b}_{-\frac{1}{a^2}}a + c \rightarrow \frac{1}{a} = -\frac{1}{a} + c$

$ac \overset{c=\frac{2}{a}}{=} a \times \frac{2}{a} = 2$ $\qquad \frac{2}{a} = c$

---

۴) مشتق در a^+ باید صفر باشد زیرا در صورتی که ۰ نشود تابع در a مشتق‌پذیر نیست

$f(x) = b + (x-a)^m = 1$ $\qquad m=0$ یا $m=1$

$f'(x) = m(x-a)^{m-1}$

اگر $m=0$ تابع ناپیوسته می‌شود

---

۵) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$ $\qquad g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$

$g'(-\sqrt[3]{2})\, f'(g(-\sqrt[3]{2})) \longrightarrow (fog)'(x)$

$fog \longrightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3-|x^3|} - \left|\frac{1}{x^3-|x^3|}\right|}} \overset{\text{چون مخرج منفی بود}}{\underset{\text{قدرمطلق (−) بوده}}{\Rightarrow}} \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}}$ $\qquad x<0$

$(fog)'(x) = 1 \qquad (fog)'(-\sqrt[3]{2}) = 1$

PICASSO

(6

$$y = -ax - 5 \xrightarrow{x=3} -3a - 5 = y$$

$$f'(2) - f(2) = 2 \longrightarrow -a + 3a + 5 = 2$$

$$2a + 5 = 2$$

$$a = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{-3\left(-\frac{3}{2}\right) - 5}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{9}{2} - \frac{10}{2}}{\frac{3}{2}} \Rightarrow -\frac{1}{3}$$

(7

$$g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{8} - 1}} = 2$$

$$(fog)(x) = (fog)'(x) \longrightarrow f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$(32x)\left((x^2-1)^{-\frac{1}{2}}\right) = -\frac{1}{2}\left((x^2-1)^{-\frac{3}{2}} \times 2x\right)(32x)$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{1}{2} \times 16 \times \frac{16}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{32 \times 2}{\sqrt{8}}\right) = \frac{16 \times 6 \times 32}{8} = 64 \times 6 = 384$$

$$(16x^2+1)' \Rightarrow 32x$$

$$\frac{-384}{-128\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \to \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(8

$$f(3x+10) = f(3x)$$

$$g'(-2) = f'(-1) + 3\cancel{f'(-4)} \longrightarrow \frac{3}{2} + 2 \times \frac{2}{4} = 6$$

$f'(-1)$

(9

$$\lim_{h \to 0} \frac{(f(5-h)-2)(f(5-h)-1)}{h(5-h)} = \left(\frac{f(5-h)-2}{h}\right)\left(\frac{f(5-h)-1}{5-h}\right)$$

$$\longrightarrow \frac{2 \times 1}{5} \times f'(5) \qquad f'(x) = 1\left(\sqrt{x+4}\right) + \left(\frac{1}{2}(x+4)^{-\frac{1}{2}}(x-4)\right)$$

$$\longrightarrow f'(5) = 2 \times \left(2 + \frac{1}{12}\right) = \frac{25}{6} \qquad \frac{1}{5} \times \frac{-25}{6} = \frac{-5}{6}$$

۱۵)

$6y - 3x = 1 \to 6y = 3x + 1 \to y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$

عمود $\to mm' = -1 \longrightarrow$ شیب عمود $\Rightarrow -2$

$y' = 2x - 4 \longrightarrow 2x - 4 = -2$

$x = 1$

$x = 1 \longrightarrow y = 1 - 4 + 5 \Rightarrow 2 \xrightarrow{\text{نقطه}} \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$