۱۴۰۵

Date: $|x|$ Sub: ریاضی عمومی - پاسخ تکلیف

۱- $f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$ $a+b=?$

$x^{\frac{2}{3}}$

$a+b=2$

پیوستگی $\xrightarrow{x=1}$ $a+1=b$ *

۲ $f'_-(1)=f'_+(1)$

$f'(x)=\begin{cases} -1 & x<0 \\ +1 & 0\leq x\leq 1 \\ \frac{2}{3}bx^{-\frac{1}{3}} & x\geq 1 \end{cases}$ $\rightarrow$ $+1=\frac{2}{3}b$

$x<1$ $\frac{3}{2}=b$

* $a=\frac{1}{2}$

مشتق ناپذیر $\rightarrow$ $x=0$ یا $x=1$

چون قدرمطلق داریم زاویه داری شد مشتق ناپذیر

مشتق پذیر

۲- $f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$, $g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\underbrace{f'(1)-2g'(1)}_{(f-2g)'(1)=?}$

۲

$f-2g=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}-2\times\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=-2\sqrt{3}\times\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}}$

$(f-2g)'=\frac{\sqrt{3}}{3}x^{-\frac{7}{6}}\xrightarrow{x=1}\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad -2\sqrt{3}x^{-\frac{1}{6}}$

۳ـ $f(x) = \begin{cases} bx+c & ; x<a \\ \frac{1}{x} & ; x \geq a \end{cases}$

$ac = ؟$

$a \times \frac{2}{a} = 2$

پیوستگی $\rightarrow ab + c = \frac{1}{a}$ *

مشتق‌پذیری $\rightarrow \begin{cases} b & x<a \\ -\frac{1}{x^2} & x \geq a \end{cases} \xrightarrow{x=a} b = -\frac{1}{a^2}$

۲

* $a \times -\frac{1}{a^2} + c = \frac{1}{a} \rightarrow -\frac{1}{a} + c = \frac{1}{a} \rightarrow c = \frac{2}{a}$ ۱

۴ـ نامنفی m ، (a,b) یک نقطه گوشه‌ای

$f(x) = \begin{cases} b & ; x<a \\ b+(x-a)^m & ; x \geq a \end{cases}$

نقطه‌ی گوشه‌ای ← پیوسته ۱

$f'(x) = \begin{cases} 0 & x<a \\ m(x-a)^{m-1} & x \geq a \end{cases}$

۲

$f'_-(a) = 0 \rightarrow f'_+(a) \neq 0$ تابع فقط در نقطه a نقطه گوشه‌ای دارد.

اگر $m>1$ باشد ← $f'_+(a)$ هم صفر می‌شود و گوشه‌ای نیست

اگر $m=0$ ← $f'_+(a)$ هم صفر و گوشه‌ای نیست

اگر $m=1$ ← $f'_+ = m = 1$ و $f'_- = 0$ پس دارای نقطه‌ی گوشه‌ای می‌شود

پس $m=1$ به ازای یک مقدار

Date: Sub:

$$g(x)=\frac{1}{x^{۳}-|x^{۳}|},\quad f(x)=\frac{1}{\sqrt[۳]{x-|x|}}\qquad -۵$$

$$\underbrace{y'(-\sqrt[۳]{۲})\,f'(g(-\sqrt[۳]{۲}))}_{fog'(-\sqrt[۳]{۲})}$$

$x<۰ \downarrow$

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[۳]{۲x}}$$

۲

$$D_g = x^{۳}-|x^{۳}| \neq ۰ \rightarrow x^{۳} \neq |x^{۳}| \rightarrow x<۰ \rightarrow \frac{1}{x^{۳}-(-x^{۳})}=\frac{1}{۲x^{۳}}$$

$$fog(x)=\frac{1}{\sqrt[۳]{\frac{۲}{۲x^{۳}}}}=\frac{1}{\sqrt[۳]{\frac{1}{x^{۳}}}}=\frac{1}{\frac{1}{x}}=x$$

$$(fog)'(x)=1 \longrightarrow (fog)'(-\sqrt[۳]{۲})=1$$

$y=-۹x-۵$ درنقطه‌ای بطول ۳ بر نمودار تابع f -۶

$$\frac{f(۳)}{f'(۳)}$$

$$f'(۳)-f(۳)=۲$$

$$f(۳)=۹/۲-۵=-۱/۲ \qquad f'(۳)=۳/۲$$

$$f(۳)=-۳a-۵ \quad , \quad f'(۳)=-a$$

۲

$$-a+۳a+۵=۲$$

$$۲a=-۳ \longrightarrow a=-۳/۲$$

$$\frac{f(۳)}{f'(۳)}=\frac{-۱/۲}{۳/۲}=\frac{-1}{۳}$$

Date: Sub:

۷- $f(x) = \left(x\left[x^2+\frac{1}{4}\right]\right)^2+1$ $\quad g(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$

مقدار مشتق fog در $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ چند برابر $-128\sqrt{2}$ ؟

$$fog'\left(\frac{3}{\sqrt8}\right) = g'\left(\frac{3}{\sqrt8}\right) f'\left(g\left(\frac{3}{\sqrt8}\right)\right) = -8\sqrt2 \times 64 = -512\sqrt2$$

$$g\left(\frac{3}{\sqrt8}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac18}} = 2 \qquad g(x) = (x^2-1)^{-\frac13} \Rightarrow g'(x) = -\frac13 \times 2x\,(x^2-1)^{-\frac43}$$

$$g'(x) = -\frac{1}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{6}}{2\sqrt2} \times 16 = -8\sqrt2$$

$$x=2 \longrightarrow f(x) = (4x)^2+1 = 16x^2+1 \longrightarrow f'(x) = 32x \xrightarrow{x=2} \boxed{f'(x) = 64}$$

۲

$$\frac{\cancel{-512\sqrt2}}{\cancel{-128\sqrt2}} = 4$$

۸- تابع f مشتق پذیر- دوره تناوب ۵ $\quad f'(-1) = \frac32 \quad g'(-2) = ?$

$$g(x) = f(x+1) + f(3x+10)$$

از طرفین مشتق

$$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10)$$

$$x=-2: \quad g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4)$$

$f'(-1) = \frac32$ $\xrightarrow{\text{دوره تناوب ۵}}$ $f'(4) = \frac32$

$$g'(-2) = \frac32 + \frac92 = 6$$

۲

Date: Sub:

۱/۷۵

۹- $f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+3}$

$f'(x) = 1\sqrt[3]{x+3} + \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}(x-4)$

$x=5$

$2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$

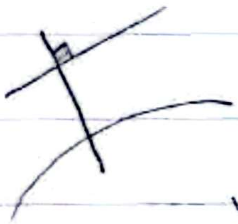
$$\lim_{h\to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h\underbrace{(5-h)}_{5h-h^2}}$$

هوپیتال

$$\lim_{h\to 0} \frac{2\times -1\, f'(5-h) - 3\times -1\, f'(5-h)}{-2h+5}$$

$$\frac{-2f'(5) + 3f'(5)}{5} \rightarrow \frac{f'(5)}{5} = \frac{\frac{25}{12}}{5} = \frac{5}{12}$$

۱۰- $6y - 3x = 1$, $y = x^2 - 4x + 5$



$6y = 3x + 1$

$y = \frac{1+3x}{6}$

$m = \frac{1}{2} \rightarrow$ شیب عمود $= -2$

$y' = 2x - 4 = -2$

$x = 1$

$\rightarrow$ نقطه $(1,2)$

۲