Date: $|x|$ Sub: ریاضی [illegible] - پاسخ تکلیف

1- $f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases}$ $\quad a+b=?$

$x^{\frac{2}{3}}$ $\qquad a+b=2$

پیوستگی $\xrightarrow{x=1} a+1=b$ *

$f'_-(1)=f'_+(1)$

$f'(x)=\begin{cases} -1 & x<0 \\ +1 & 0<x<1 \\ \frac{2}{3}bx^{-\frac{1}{3}} & x\geq 1 \end{cases} \longrightarrow +1=\frac{2}{3}b$

$x<1$ $\qquad \frac{3}{2}=b$

* $a=\frac{1}{2}$

مشتق ناپذیر $\longrightarrow x=0$ یا $x=1$

$x=0$: چون قدر مطلق داریم زاویه دار شد مشتق ناپذیر

$x=1$: مشتق پذیر

2- $g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$, $f(x)=\dfrac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\underbrace{f'(1)-2g'(1)}_{(f-2g)'(1)=?}$

$f-2g=\dfrac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}}-2\times\dfrac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\dfrac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=-2\sqrt{3}\times\dfrac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}}$

$-2\sqrt{3}\,x^{-\frac{1}{6}}$

$(f-2g)'=\frac{\sqrt{3}}{3}x^{-\frac{7}{6}}\xrightarrow{x=1}\frac{\sqrt{3}}{3}$

Date: Sub:

۳- $f(x)=\begin{cases} bx+c & ; x<a \\ \frac{1}{x} & ; x\geq a \end{cases}$

$ac=2$

$\cancel{a}\times\frac{2}{\cancel{a}}=2$

پیوستگی $\rightarrow ab+c=\frac{1}{a}$ *

مشتق‌پذیری $\rightarrow \begin{cases} b & x<a \\ -\frac{1}{x^2} & x\geq a \end{cases} \xrightarrow{x=a} b=-\frac{1}{a^2}$

$* \quad a\times-\frac{1}{a^2}+c=\frac{1}{a} \rightarrow -\frac{1}{a}+c=\frac{1}{a} \rightarrow c=\frac{2}{a}$

۴- نامنفی m ، (a,b) یک نقطه گوشه‌ای

$f(x)=\begin{cases} b & ; x<a \\ b+(x-a)^m & ; x\geq a \end{cases}$

نقطه‌ی گوشه‌ای ← پیوسته

$f'(x)=\begin{cases} 0 & x<a \\ m(x-a)^{m-1} & x\geq a \end{cases}$

$f'_-(a)=0 \rightarrow f'_+(a)\neq 0$ تابع فقط در نقطه a نقطه گوشه‌ای دارد.

اگر $m>1$ باشد ← $f'_+(a)$ هم صفر می‌شود و گوشه‌ای نیست

اگر $m=0$ ← $f'_+(a)$ هم صفر و گوشه‌ای نیست

اگر $m=1$ ← $f'_+=m=1$ و $f'_-=0$ پس دارای نقطه‌ی گوشه‌ای می‌شود

پس $m=1$ به ازای یک مقدار

ESPADANA

$$g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}, \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x - |x|}} \qquad -5$$

$$x<0 \downarrow \qquad f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$$

$$\underbrace{y'(-\sqrt[3]{2})\, f'(g(-\sqrt[3]{2}))}_{f\circ g'(-\sqrt[3]{2})}$$

$$D_g = x^3 - |x^3| \neq 0 \to x^3 \neq |x^3| \to x<0 \to \frac{1}{x^3 - (-x^3)} = \frac{1}{2x^3}$$

$$f\circ g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$$

$$(f\circ g)'(x) = 1 \longrightarrow (f\circ g)'(-\sqrt[3]{2}) = 1$$

۴ـ $y = -ax - 5$ درنقطه‌ای بطول ۳ بر نمودار تابع f

$$f'(3) - f(3) = 2 \qquad\qquad \frac{f(3)}{f'(3)}$$

$$f(3) = \frac{9}{2} - 5 = -\frac{1}{2} \qquad f'(3) = \frac{3}{2}$$

$$f(3) = -3a - 5 \quad , \quad f'(3) = -a$$

$$-a + 3a + 5 = 2$$

$$2a = -3 \longrightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$$

ESPADANA

Date: Sub:

۷- $f(x)=\left(x\left[x^2+\frac{1}{4}\right]\right)^2+1$ $\quad g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$

مقدار مشتق fog در $x=\frac{3}{\sqrt{8}}$ ضرب برابر $-128\sqrt{2}$

$$fog'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)f'\left(g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)\right)=-8\sqrt{2}\times 64=-512\sqrt{2}$$

$$g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{8}}}=2 \qquad g(x)=(x^2-1)^{-1/3} \Rightarrow g'(x)=-1/3\times 2x(x^2-1)^{-4/3}$$

$$g'(x)=-\cancel{1/3}\times\frac{2\cancel{6}}{2\sqrt{2}}\times 16=-8\sqrt{2}$$

$$x=2\longrightarrow f(x)=(4x)^2+1=16x^2+1\longrightarrow f'(x)=32x$$

$x=2$ $\boxed{f'(x)=64}$

$$\frac{-512\sqrt{2}}{-128\sqrt{2}}=\,4$$

۸- تابع f مشتق پذیر، دوره تناوب ۵ $\quad f'(-1)=\frac{3}{2} \quad g'(-2)=?$

از دو طرف مشتق

$$g(x)=f(x+1)+f(3x+10)$$

$$g'(x)=f'(x+1)+3f'(3x+10)$$

$x=-2$

$$g'(-2)=f'(-1)+3f'(4)$$

$$g'(-2)=3/2+9/2=6$$

$f'(-1)=3/2$

دوره تناوب ۵

$f'(4)=3/2$

ESPADANA

Date: Sub:

9- $f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+3}$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h\underbrace{(5-h)}_{5h-h^2}}$$

هوپیتال

$f'(x) = 1\sqrt[3]{x+3} + \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}(x-4)$

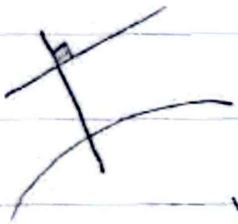
$x=5$

$2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$

$$\lim_{h\to 0} \frac{2\times -1\, f'(5-h) - 3\times -1\, f'(5-h)}{-2h+5}$$

$$\frac{-2f'(5) + 3f'(5)}{5} \to \frac{f'(5)}{5} = \frac{\frac{25}{12}}{\cancel{5}} = \frac{5}{12}$$

10- $y = x^2 - 4x + 5$ $\quad$ $6y - 3x = 1$



$6y = 3x + 1$

$y = \frac{1+3x}{6}$

$m = \frac{1}{2} \to$ شیب قائم $= -2$

$y' = 2x - 4 = -2$

$x = 1$

$\to$ نقطه $(1,2)$

ESPADANA

Scanned with CamScanner