بسم الله الرحمن الرحیم

فاطمه شعبانی

(۱

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x} & ; x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & ; x\geq 1\end{cases}$$

(۱) پیوسته ⟸ $* \; a+1=b \rightarrow a-b=-1$

طبق تعریف اگر $x\geq1$ تا $x=1$ مشتق‌ها با هم یکی باشند مشتق‌پذیر است

$f'(1) \rightarrow \quad 0+\frac{1}{2\sqrt{x}}=0+\frac{\frac{2}{3}}{\sqrt[3]{x}}\times b$

با

$\frac{1}{2}=\frac{2}{3}\times b \rightarrow b=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{4} \rightarrow a-\frac{3}{4}=-1$

با $a=-\frac{1}{4}$

$\hookrightarrow \; a+b=-\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{2}{4}=\boxed{\frac{1}{2}}$

(۲ $\quad f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \qquad g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \qquad f'(1)-2g'(1)=?$

اشتباه می‌کنم؟

$-\frac{2\sqrt{|x-2|^2}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}+\frac{2|x-2|}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow$

$\frac{2|x-2|}{\sqrt[3]{x^2}}-\frac{2|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=? \xrightarrow{\text{مشتق}}$

$\frac{-2\sqrt{3}\,x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}}=-2\sqrt{3}\,x^{-\frac{1}{6}} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{\sqrt{3}}{3}x^{-\frac{7}{6}} \xrightarrow{x=1} \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

۳) $\begin{cases} bx+c & ; x<a \\ \frac{1}{x} & ; x \geq a \end{cases} \to \mathbb{R}$ مشتق‌پذیر

$ac = ?$ → در a پیوسته: $ab + c = \frac{1}{a}$

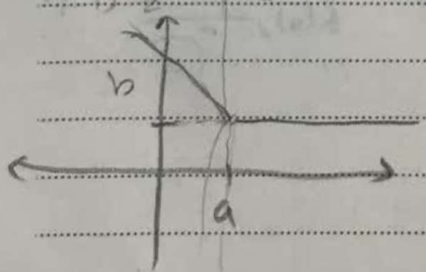
در بقیه نقاط $x \neq 0$ هم پیوسته است ←

مشتق → $b = -\frac{1}{x^2} \xrightarrow{a} b = -\frac{1}{a^2} \to a^2 b = -1$

با ۲ ضرب → $\underbrace{a^2b}_{-1} + ac = 1 \to \boxed{ac = 2}$

۴) $\begin{cases} b & ; x<a \\ b+(x-a)^m & ; x \geq a \end{cases}$ (a, b) $m = ?$

مشتق‌پذیری در ... تابع ثابت پیوسته باید در a مشتق‌پذیر ← مشتق در b صفر است



$0 \neq 0 + \underbrace{m(x-a)^{m-1}}_{} \times 1$

$m \neq 0$ ← نباید صفر شود

ط) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$ $\quad g(x) = \dfrac{1}{x^3 - |x^3|}$

$g'(-\sqrt[3]{2})\, f'(g(-\sqrt[3]{2})) = ?$

$(f \circ g)'(-\sqrt[3]{2}) \Rightarrow$

$f(g(x)) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^3 - |x^3| - |\underbrace{x^3 - |x^3|}|}} = \dfrac{1}{x\sqrt[3]{4}}$ مشتق

$+x^3 - |x^3|$

$x^3 + x^3 + |x^3| + x^3 = 4x^3$

$\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}} \times \dfrac{1}{x} = -\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}\,x^2} = \dfrac{-1}{\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{4}} = \boxed{\dfrac{-1}{2\sqrt[3]{2}}}$

ی) $y = -ax - d \longrightarrow f'(3) - f(3) = 2 \quad \dfrac{f(3)}{f'(3)} = ?$

$y = \underbrace{-a}_{f'(3)}x - d \rightarrow f'(3) - f(3) = 2$

$-a - (-3a - d) = 2$

$f(3) = -3a - d$

$-a + 3a + d = 2 \rightarrow 2a + d = 2 \rightarrow$

$2a = -3 \rightarrow$

$\rightarrow \dfrac{f(3)}{f'(3)} = \dfrac{-3 \times -\frac{3}{2} - d}{-(\cancel{a} - \frac{3}{2})} = \dfrac{\frac{9}{2} - d}{\frac{3}{2}} = \dfrac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \qquad a = \dfrac{-3}{2}$

$\rightarrow \boxed{-\dfrac{1}{3}}$

$4x$

$f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{2}])^2 + 1 \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$ (۷

$fog \quad x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ $(-128\sqrt{2})$

$(fog)' = \underbrace{g'(x)\, f'(g(x))}$ =

$\frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} \times 64 =$

$\frac{9}{8} - 1 = \frac{1}{8}$

$f'(x) = 2(x[x^2 + \frac{1}{2}])(4) = 32x = 64$

$g = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{9}{8} - 1}} = 2$

$\boxed{-128\sqrt{2}}$

$T = 5 \to f'(-1) = \frac{3}{2} \quad g(x) = f(x+1) + f(3x+10)$ (۸

$g'(-3) = ?$

$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10)$

$g'(-3) = f'(-2) + 3f'(1) = 4f'(-1) = 4 \times \frac{3}{2} = \boxed{6}$

$+5 \to$

$f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+4}$ (۹

$\lim_{h \to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)}$

$\overset{Hop}{=} \frac{2(f(5-h))(-f'(5-h)) + 3f'(5-h)}{(5-h) - h} =$

$\frac{2f(5)(-f'(5)) + 3f'(5)}{5} = \frac{2 \times 2 \times -\frac{25}{12} + \frac{25}{4}}{5} =$

۱۴۰۴/۹/۱

$f(5) = 2$

$f'(5) = \sqrt[3]{x+4} + \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+4)^2}} \times (x-4) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$

۹) ادامه ←

$$\frac{\frac{-100+75}{12}}{5} = \frac{\frac{-25}{12}}{5} = \boxed{\frac{-5}{12}}$$

یکشنبه ۲
آذر ۱۴۰۴
۲ جمادی الثانی ۱۴۴۷ | 23 Nov 2025

۱۰)

$y = x^2 - 4x + 5 \perp 6y - 3x = 1$

$6y = 3x + 1 \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$

$m = -2 \leftarrow$ عمود

$2x - 4 = -2 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow \underline{x = 1} \rightarrow \boxed{(1, 2)}$

$y = \underbrace{1 - 4 + 5}_{} = 2$