

فرا حقیقی

سوال ۱۵) تابع $g(x)$ برای مقادیر مثبت تعریف شده ← برای مقادیر منفی $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{16x^3}}$
 تابع $f(x)$ ← برای مقادیر منفی تعریف شده است: $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{16x}}$
 $f \circ g(x) = f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{16x^3}}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{16x \left(\frac{1}{\sqrt[3]{16x^3}}\right)}} = 2x \rightarrow f \circ g(x) = 2x \rightarrow (f \circ g(x))' = 2$

نقطه $x=0$ مشتق نپذیرد (نقطه‌های) ریشه در مطلق

۱ تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^2} & ; x < 1 \\ b + \sqrt[3]{x^2} & ; x \geq 1 \end{cases}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار $a+b$ را بیابید.
 $a+1 = b$ $a+1 = \frac{2}{3} \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$
 $a+b = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ ✓

۲ اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt{x^2}}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{3x}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ را بیابید.
 $(f(1) - 2g(1))' = \frac{|2-4| - 2(1-2)}{\sqrt{1^2}} = \frac{2 - 2(-1)}{1} = 4$ ✓

۳ به ازای هر مقدار حقیقی و نامنفی a تابع $f(x) = \begin{cases} bx + c & ; x < a \\ \frac{1}{x} & ; x \geq a \end{cases}$ مشتق پذیر است. مقدار ac را بیابید.
 $ab + c = \frac{1}{a}$ $b = -\frac{1}{a^2}$ $a \times -\frac{1}{a^2} + c = \frac{1}{a} \Rightarrow c = \frac{2}{a}$ $ac = a \times \frac{2}{a} = 2$ ✓

۴ به ازای چند مقدار صحیح نامنفی m یک نقطه‌ای گوشه‌ای برای منحنی $f(x) = \begin{cases} b & ; x < a \\ b + (x-a)^m & ; x \geq a \end{cases}$ است؟
 $m=1$ ✓

۵ اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - |x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$ باشد، مقدار $g'(-\sqrt{2})f'(g(-\sqrt{2}))$ را بیابید.
 $[f \circ g(x)]' = \frac{1}{x^3 \sqrt{4}} = \frac{1}{2x^3}$ ✓

۶ خط $y = -ax - 5$ در نقطه‌ای به طول ۳ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f'(3) - f(3) = 2$ باشد، $f(3)$ چند برابر $f'(3)$ است؟
 $f(3) = \frac{1}{3}$ $f'(3) = \frac{1}{9}$ ✓

۷ فرض کنید $f(x) = \left(x \left[x^2 + \frac{1}{x}\right]\right)^2 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ مقدار مشتق تابع $f \circ g$ در $x = \frac{3}{\sqrt{14}}$ چند برابر $(-128\sqrt{2})$ است؟
 $g'(x)f'(g(x)) = \frac{-2x}{3\sqrt{(x^2-1)^3}} \times \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{-4x^2}{3(x^2-1)^2}$ ✓

۸ تابع f مشتق پذیر و با دوره تناوب ۵ است. اگر $f'(-1) = \frac{2}{3}$ و $f(x) = f(x+1) + f(3x+10)$ باشد، حاصل $g'(-2)$ را بیابید.
 $g'(-2) = f'(x+1) + 3f'(3x+10)$ $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ ✓

۹ اگر $f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)}$ را بیابید.
 $\frac{-2f(5)f'(5) + 3f(5)}{5 \times 5 - 5^2} = \frac{-2 \times 1 \times \frac{1}{3} + 3 \times 1}{0} = \frac{1}{3}$ ✓

۱۰ کدام نقطه از منحنی $y = x^2 - 4x + 5$ خط مماس بر منحنی، بر $xy - 3x = 1$ عمود است؟
 $2x - 4 = -2$ $2x = 2$ $x = 1$ ✓