

فراصفحه

نقطه $x=0$ مشتق پذیر (نقطه‌ای) نیست در مطلق

۱	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} & x < 1 \\ b \sqrt{x} & x \geq 1 \end{cases}$ پیوسته است. اگر فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار $a+b$ را بیابید. $a+1=b$ $a+1=\frac{3}{2} \Rightarrow a=\frac{1}{2}$ $a+b=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$ $a+x \rightarrow 1$ $b \times \frac{1}{\sqrt{x}} \rightarrow x=1 \Rightarrow b \times \frac{1}{1}=1 \Rightarrow b=1$
۲	اگر $f(x) = \frac{ 2x-4 }{\sqrt{x}}$ و $g(x) = \sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ را بیابید. $(f(1) - 2g(1))' = \frac{ 2x-4 - 2(x-2)\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}} = \frac{-2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}} = -\frac{2}{\sqrt{x}} = -\frac{2}{\sqrt{1}} = -2$
۳	به ازای هر مقدار حقیقی و ناصفر a تابع $f(x) = \begin{cases} bx+c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$ مشتق پذیر است. مقدار ac را بیابید. $ab+c=\frac{1}{a}$ $b=-\frac{1}{a^2}$ $a \times -\frac{1}{a^2} + c = \frac{1}{a} \Rightarrow c = \frac{2}{a}$ $ac = a \times \frac{2}{a} = 2$
۴	به ازای چند مقدار صحیح نامنفی m یک نقطه‌ی گوشه‌ای برای منحنی $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b+(x-a)^m & x \geq a \end{cases}$ است؟ $m=1$
۵	اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x- x }}$ و $g(x) = \frac{1}{x^3 - x^3 }$ باشد، مقدار $f'(g(\sqrt{2}))g'(\sqrt{2})$ را بیابید. $[f \circ g(x)]' = \frac{1}{x^3 \sqrt{2}} = \frac{1}{x^3 \sqrt{2}}$
۶	خط $y = -ax - 5$ در نقطه‌ای به طول ۳ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f'(3) - f(3) = 2$ باشد، $f(3)$ چند برابر $f'(3)$ است؟ $f(3) = \frac{9}{3} - 5 = -2$ $f'(3) = \frac{2}{3}$ $f(3) = -2$ $f'(3) = \frac{2}{3}$ $-a - (-2a - 5) = 3 \Rightarrow a = -3$
۷	فرض کنید $f(x) = \left(x \left[x^2 + \frac{1}{x}\right]\right)^2 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ ، مقدار مشتق تابع $f \circ g$ در $x = \frac{3}{\sqrt{14}}$ چند برابر $(-128\sqrt{2})$ است؟ $g'(x) f'(g(x)) = \frac{-2x}{3\sqrt{(x^2-1)^3}} = \frac{-2x}{3(x^2-1)\sqrt{x^2-1}} = \frac{-2x}{3(x^2-1)^{3/2}}$ $g(\frac{3}{\sqrt{14}}) = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{14}-1}} = \frac{1}{\sqrt{-\frac{5}{14}}} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{-5}}$
۸	تابع f مشتق پذیر و با دوره تناوب ۵ است. اگر $f'(-1) = \frac{3}{4}$ و $f(x) = f(x+1) + f(3x+10)$ باشد، حاصل $g'(-2)$ را بیابید. $g'(-2) = f'(x+1) + 3f'(3x+10)$ $\frac{3}{4} + \frac{9}{4} = 3$
۹	اگر $f(x) = (x-4)\sqrt{x+3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(5-h) - 3f'(5-h) + 2}{h(5-h)}$ را بیابید. $f'(x) = \sqrt{x+3} + \frac{1}{2}\sqrt{x+3}$ $f'(5) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$
۱۰	کدام نقطه از منحنی $y = x^2 - 4x + 5$ ، خط مماس بر منحنی، بر $xy - 3x = 1$ عمود است؟ $2x - 4 = -2 \Rightarrow x = 1$ $y = 2$ نقطه $(1, 2)$