آیلا فیروزنیا

۱۷٫۵

۱. $\frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{۵-۱}{۳-۰} = \frac{۴}{۳} \to f'(۳) = \frac{۴}{۳}$ ✓ ۲

۲. $f'(A) = \frac{۲-۱}{۲-(-۱)} = \frac{۱}{۳} \to \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳}$

$\sqrt{ax-۱} = \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳} \to ax - ۱ = \frac{۱}{۹}x^۲ + \frac{۱۶}{۹} + \frac{۸}{۹}x \to ۹ax - ۹ = x^۲ + ۸x + ۱۶$

۲

$x^۲ + (۸-۹a)x + ۲۵ = ۰ \to (۸-۹a)^۲ - ۱۰۰ = ۰ \to ۸ - ۹a = \pm ۱۰$

$۹a = -۲ \to a = \frac{-۲}{۹} \to f(۵) = \sqrt{\frac{-۲}{۹}(۵) - ۱}$ غ‌ق ✓

$۹a = ۱۸ \to a = ۲ \to f(۵) = \sqrt{۲(۵) - ۱} = ۳$ ✓

۳. $\frac{(۲x+m)(x+۳) - (۱)(x^۲ + mx + ۱)}{(x+۳)^۲} = \frac{x^۲ + ۶x + ۳m - ۱}{(x+۳)^۲}$

$x = ۱ \to \frac{۶ + ۳m}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \to ۱۲ = ۶ + ۳m \to m = ۲$

$۴y = ۳x + n \to y = \frac{۳}{۴}x + \frac{n}{۴}$

۲

$y = \frac{x^۲ + ۲x + ۱}{x + ۳} \xrightarrow{x=۱} y = \frac{۴}{۴} = ۱ \to ۱ = \frac{۳}{۴} + \frac{n}{۴} \to n = ۱$

$m + n = ۲ + ۱ = ۳$ ✓

۴. $(۳g - f)'(\frac{۵\pi}{۳}) = \frac{۲۷ - ۹\sin x - ۲۷ + \sin^۳ x}{۹ - \sin^۲ x} =$

$\frac{-\sin x \cancel{(۹ - \sin^۲ x)}}{۹ - \sin^۲ x} = -\sin x \to f'(-\sin x) = -\cos x$

۲

$f'(\frac{۵\pi}{۳}) = -\cos\frac{۵\pi}{۳} = \frac{-۱}{۲}$ ✓

آیلا مرودنیا

۵. $(fog)'(\sqrt[5]{32}) \to fog(x) = \frac{1}{5\sqrt{\frac{1}{x^5+|x^5|} + |\frac{1}{x^5+|x^5|}|}} = \frac{1}{5\sqrt{2(\frac{1}{2x^5})}}$

۲

$= \frac{-1}{\frac{1}{\frac{1}{x}}} = -x \to (fog)'(x) = \boxed{-1} \to fog'(\sqrt[5]{3}) = -1$ ✓

۶. $f(x) = xg(x)+1 \to g(x) = \frac{f(x)-1}{x}$

$\lim_{x\to0} g(x) = \lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x} \to \lim_{x\to0} \frac{(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x})^2-1}{x} \to$

۲

$\lim_{x\to0}\frac{(\frac{-1+x}{1+x})^2-1}{x} = \frac{2(\frac{-1+x}{1+x})\frac{2}{x^2+2x+1}}{1} = 2(-1)(2) = -4$ ✓

۷. قرینه $y = -x^2-1 \to y=k \to k=-x^2-1 \to x^2 = -k-1 \to x = \pm\sqrt{-k-1}$

$y' = -2x \to x = +\sqrt{-k-1} \to -2x = -2\sqrt{-k-1}$

$x = -\sqrt{-k-1} \to -2x = 2\sqrt{-k-1}$

۲

$(-2\sqrt{-k-1})(2\sqrt{-k-1}) = -1 \to -4(-k-1) = -1 \to -4k-4 = 1$

$-4k = 5 \to k = \frac{-5}{4} \to y = -\frac{5}{4}$ فاصله $\frac{5}{4}$ ✓

۸. بر نقطه (۰،۰) $\to f'(x) = \frac{2\cdot 1}{2\sqrt{x}}(4x^2+3)+(8x)(2\sqrt{x})$

$f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2+3) = 8x^2\sqrt{x}+6\sqrt{x} \to f'(x) = 20x\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{20x^2+3}{\sqrt{x}}$ $m = \frac{20(\frac{1}{4})+3}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 8\sqrt{2}$

$\frac{1}{\sqrt{x}}(4x^2+3)+(8x)(2\sqrt{x}) \xrightarrow{x\to0} \frac{1}{0}(3)+0 =$ تس

$y - 2\sqrt{\alpha}(4\alpha^2+3) = \frac{20\alpha^2+3}{\sqrt{\alpha}}(x-\alpha) \xrightarrow{(0,0)} -2\sqrt{\alpha}(4\alpha^2+3) = \frac{20\alpha^2+3}{\sqrt{\alpha}}(-\alpha)$

۰٫۵ شیب تعریف نشده ← معادل محور yها = d

$\to 2(4\alpha^2+3) = 20\alpha^2+3 \to 12\alpha^2 = 3 \to \alpha^2 = \frac{1}{4}$

Date: / / Subject:

آیلا فیروزنیا

۹.

$y = kx \longrightarrow kx = \frac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1} \longrightarrow k = \frac{1}{\sqrt{x}(-2x^2+x+1)}$

$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1}$

$y' = k \longrightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(-2x^2+x+1) - \sqrt{x}(-4x+1)}{(-2x^2+x+1)^2}$

$= \frac{-2x^2+x+1+8x^2-2x}{2\sqrt{x}(-2x^2+x+1)^2} = \frac{6x^2-x+1}{2\sqrt{x}(-2x^2+x+1)^2}$

2

$k = \frac{6x^2-x+1}{2\sqrt{x}(-2x^2+x+1)^2} = \frac{1}{\sqrt{x}(-2x^2+x+1)} \Rightarrow 6x^2-x+1 = -4x^2+2x+2$

$10x^2-3x-1=0$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+40}}{20} \longrightarrow -\frac{1}{4}$ غق

$\frac{1}{2} \longrightarrow f(\tfrac{1}{2}) = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۰.

1

$fog(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\left[\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right]\right)^2 \longrightarrow fog(x) = \left(\frac{2}{\sqrt{x^2-1}}\right)^2 = \frac{4}{x^2-1} = 4(x^2-1)^{-1}$

$(fog(\frac{\sqrt{5}}{2}^-))' = g'(\frac{\sqrt{5}}{2})^- \times f'(g(\frac{\sqrt{5}}{2})^-)$

$x < \frac{\sqrt{5}}{2} \rightarrow x^2 < \frac{5}{4} \rightarrow x^2-1 < \frac{1}{4} \rightarrow \sqrt{x^2-1} < \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} > 2$

$\rightarrow \left[\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right] = 2 \rightarrow fog'(x) = -4(x^2-1)^{-2}(2x) \xrightarrow{x=\frac{\sqrt{5}}{2}} -4(\tfrac{1}{4})^{-2}(2\times\frac{\sqrt{5}}{2})$

$g(x) = (x^2-1)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow g'(x) = -\frac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}} \times 2x \rightarrow g'(\frac{\sqrt{5}}{2}^-) = \frac{1}{\sqrt{(\frac{\sqrt{5}}{2})^2-1}} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{4})^-}} = \frac{1}{(\frac{1}{2})^-} = 2^+$

$= -4 \times 16 \times \sqrt{5} = -64\sqrt{5} \rightarrow \frac{-64\sqrt{5}}{-48\sqrt{5}} = \frac{16}{12} = \frac{8}{6} = \boxed{\frac{4}{3}}$

$f'(2^+) = ((2x)^3)' = (8x^3)' = 24x^2 = 24 \times 4$

$\rightarrow g'(\frac{\sqrt{5}}{2}^-) \times f'(g(\frac{\sqrt{5}}{2})^-) = -4\sqrt{5} \times 4 \times 24 \rightarrow \frac{24 \times 4 \times (-4\sqrt{5})}{-48\sqrt{5}} = 8$