۴/۸

درویش قشوریان

① $f(۳)=۵$, $f(۰)=۱$ $\Big\}$ $m=\frac{۵-۱}{۳-۰}=\frac{۴}{۳} \longrightarrow f'(۳)=\frac{۴}{۳}$ ✓

②

$A \left| \begin{array}{l} x_۰ \\ \sqrt{ax_۰-۱} \end{array} \right.$ $m=\frac{۱-۲}{-۱-۲}=\frac{-۱}{-۳}=\frac{۱}{۳}$

$\rightarrow y=\frac{x}{۳}+\frac{۴}{۳}$

$\frac{x}{۳}+\frac{۴}{۳}=\sqrt{ax-۱}$ $(x+۴)=۳\sqrt{ax-۱}$

$x^۲+۸x+۱۶=۹ax-۹$ $x^۲+(۸-۹a)x+۲۵=۰$

$۸-۹a=\pm۱۰$ $\begin{cases} -۹a=-۱۸ & a=۲ \\ +۹a=۲ & a=-\frac{۲}{۹} \end{cases}$

②

$\xrightarrow{a=۲} x^۲-۱۰x+۲۵=۰ \longrightarrow \boxed{x=۵}$

$\xrightarrow{\text{بازنویسی نقطه}} f(۵)=\sqrt{۲(۵)-۱}=۳ \longrightarrow f(۵)=۳$ ✓

③ $y=\frac{۳x+n}{۴}$ $\left| \begin{array}{l} ۳ \\ \frac{۳+n}{۴} \end{array} \right.$ $\left| \begin{array}{l} ۳ \\ \frac{۳+۳m+۱}{۶} \end{array} \right.$

①

$\frac{۳+n}{۲\cancel{۴}}=\frac{۳m+۴}{\cancel{۶}۳}$ ~~۶m+۸ = ۹+۳n → ۳n = ۱~~

$۶m+۸=۹+۳n \Rightarrow ۶m-۳n=۱$

$y'=\frac{۳}{۴}$ $y'=\frac{(۲x+m)(x+۳)-(x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲}$

$\frac{(۳+m)(۶)-(۲+n)}{\cancel{۳۶}\,۴}=\frac{۳}{\cancel{۴}\,۱}$

$\cancel{۱۲}+۴m-۳=\cancel{۱۲}$ $\boxed{m=\frac{۳}{۴}} \rightarrow \frac{۹}{۴}-۳n=۱$

$n=\frac{۷}{۶} \Rightarrow \frac{۳}{۴}+\frac{۷}{۶}=\frac{۹+۱۴}{۱۲}=\frac{۲۳}{۱۲}$

$m+n=۲+۱=۳$

Arman

$(۱,\frac{۲+m}{۴}) \rightarrow y'=\frac{(۲+m)۴-(۲+m)}{۱۶}=\frac{۳(۲+m)}{۱۶}=\frac{۳}{۴} \rightarrow m=۲$

$y=\frac{۳}{۴}x+\frac{n}{۴} \rightarrow \frac{۳}{۴}+\frac{n}{۴}=\frac{۲+m}{۴} \rightarrow m-n=۱ \longrightarrow n=۱$

④ $f(x) = \frac{\cancel{(۳-\sin x)}(۹+۳\sin x+\sin^۲ x)}{\cancel{(۳-\sin x)}(۳+\sin x)}$

$(۳g(x)-f(x))' = \left(\frac{۹}{۳+\sin x} - \frac{(۹+۳\sin x+\sin^۲ x)}{۳+\sin x}\right)'$

$= \frac{-\sin x\cancel{(۳+\sin x)}}{\cancel{۳+\sin x}} = (-\sin x)' = -\cos x \rightarrow x = \frac{۵\pi}{۳}$

۲

$\boxed{= -\frac{1}{۲}}$ ✓

⑤ $(fog)' = -\frac{1}{۵\sqrt{\left(\frac{1}{x^۵+|x^۵|}\right)+\left|\frac{1}{x^۵+|x^۵|}\right|}}$

۰/۵

$g'(x) \times f'(g(x)) = (fog)'(x)$

$\xrightarrow{x=\sqrt[۵]{۳}} -\frac{1}{۵\sqrt{\frac{1}{۶}+\frac{1}{۶}}} = -\frac{1}{۵\sqrt{\frac{1}{۳}}} = \boxed{-\sqrt[۵]{۳}}$

$x>0 \rightarrow g(x) = \frac{1}{۲x^۵}$, $x>0 \rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt[۵]{۲x}} \xrightarrow{x>0} fog(x) = \frac{-1}{\sqrt[۵]{۲(\frac{1}{۲x^۵})}} \rightarrow fog(x) = -x \rightarrow (fog)'(x) = -1 \rightarrow (fog)'(\sqrt[۵]{۳}) = -1$

⑥ $g(x) = \frac{f(x)-1}{x} \xrightarrow{Hop} \frac{f'(x)}{1} = \underset{x\to0}{g'(x)}$

$f(x) = \left(1 - \frac{۲}{1+\sin x}\right)^۲ \rightarrow f'(x) =$

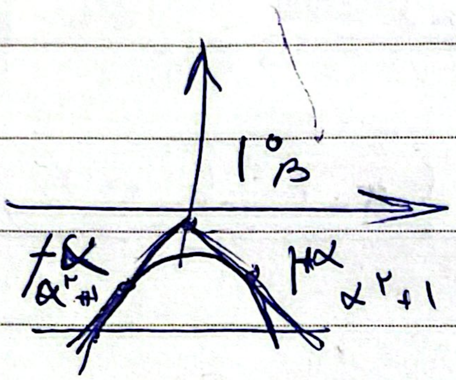
$۲\left(1-\frac{۲}{1+\sin x}\right)\left(+\frac{۲}{(1+\sin x)^۲}\right) \times (\cos x)$

$۲(\underset{-1}{\cancel{1-۲}})(۲) \times (1) = \boxed{-۴}$ ✓

۲

۷)

۰



$$\frac{\alpha^2+1-B}{\alpha-0} \times \frac{\alpha^2+1-B}{-\alpha-0} = -1$$

~~$(\alpha^2+1-B)^2 = \alpha E$~~

~~$\alpha + C$~~

~~B~~

~~$\alpha + C$~~

$$(\alpha^2+1-B)^2 = \alpha^2$$

Arman

سوال ۷

$$y = x^{۲} + ۱ \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{قرینه نسبت به}} y_۱ = -(x^{۲}+۱) = -x^{۲}-۱ \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = -۲x$$

خط ، سهمی $y_۱$ را در نقطه A و B قطع کند چون خط d موازی محور xها است ← نقاط A و B ← عرض یکسان ، طول قرینه دارند .

$$A(\alpha , \beta) \quad , \quad B(-\alpha , \bar{\beta}) \longrightarrow A\left(\frac{۱}{۲} , \beta\right) \quad , \quad B\left(-\frac{۱}{۲} , \beta\right)$$

$$mL_۱ = y_۱'(-\alpha) = -۲(-\alpha) = ۲\alpha$$

$$mL_۲ = y_۱'(\alpha) = -۲\alpha$$

عمود اند $L_۱ , L_۲$ $\longrightarrow mL_۱ \times mL_۲ = -۱ \longrightarrow -۲\alpha \cdot ۲\alpha = -۱ \longrightarrow ۴\alpha^{۲} = ۱ \longrightarrow \alpha = \pm\frac{۱}{۲}$

فاصله خط از مبدا مختصات $\rightarrow |\beta| \longrightarrow \beta = y_۱\left(\frac{-۱}{۲}\right) = -\left(-\frac{۱}{۲}\right)^{۲} - ۱ = -\frac{۱}{۴} - ۱ = \frac{-۵}{۴} = -۱٫۲۵ \longrightarrow |\beta| = ۱٫۲۵$

سوال ۸

$$f(x) = ۲\sqrt{x}(۴x^{۲}+۳) = ۸x^{۲}\sqrt{x} + ۶\sqrt{x} \longrightarrow f'(x) = ۲۰x\sqrt{x} + \frac{۳}{\sqrt{x}} = \frac{۲۰x^{۲}+۳}{\sqrt{x}}$$

$$y - ۲\sqrt{\alpha}(۴\alpha^{۲}+۳) = \frac{۲۰\alpha^{۲}+۳}{\sqrt{\alpha}}(x-\alpha) \xrightarrow{(۰,۰)} -۲\sqrt{\alpha}(۴\alpha^{۲}+۳) = \frac{۲۰\alpha^{۲}+۳}{\sqrt{\alpha}}(-\alpha)$$

$$\longrightarrow ۲(۴\alpha^{۲}+۳) = ۲۰\alpha^{۲} + ۳ \longrightarrow ۱۲\alpha^{۲} = ۳ \longrightarrow \alpha^{۲} = \frac{۱}{۴}$$

$$m = \frac{۲۰\left(\frac{۱}{۴}\right)+۳}{\sqrt{\frac{۱}{۲}}} = ۸\sqrt{۲}$$

سوال ۹

d خط $\rightarrow y = ax \qquad A(\alpha , a\alpha)$

$$f(\alpha) = \frac{\sqrt{\alpha}}{-۲\alpha^{۲}+\alpha+۱} = a\alpha \longrightarrow a\sqrt{\alpha}(-۲\alpha^{۲}+\alpha+۱) = ۱ \rightarrow -۲a\alpha^{\frac{۵}{۲}} + a\alpha^{\frac{۱}{۲}} + a\alpha^{\frac{۳}{۲}} = ۱$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} -۵a\alpha^{\frac{۳}{۲}} + \frac{۳}{۲}a\alpha^{\frac{۱}{۲}} + \frac{۱}{۲}a\alpha^{-\frac{۱}{۲}} = ۰ \xrightarrow[\times ۲\sqrt{\alpha}]{\div a} -۱۰\alpha^{۲} + ۳\alpha + ۱ = ۰ \longrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{-۱}{۵} \\ \alpha = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

$$f(\alpha) = \frac{\sqrt{\frac{۱}{۲}}}{-۲\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲} + \frac{۱}{۲} + ۱} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

سوال ۱۰

$$\left(f\circ g\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right)\right)' = g'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right)^{-} \times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right)^{-}\right)$$

$$g(x) = (x^{۲}-۱)^{-\frac{۱}{۲}} \rightarrow g'(x) = \frac{-۱}{۲}(x^{۲}-۱)^{-\frac{۳}{۲}} \times ۲x \longrightarrow g'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}\right) = \frac{۱}{\sqrt{\left(\frac{۵}{۴}\right)^{-} - ۱}} = \frac{۱}{\sqrt{\left(\frac{۱}{۴}\right)^{-}}} = \frac{۱}{\left(\frac{۱}{۲}\right)^{-}} = ۲^{+}$$

$$f'(۲^{+}) = \left((۲x)^{۳}\right)' = (۸x^{۳})' = ۲۴x^{۲} = ۲۴ \times ۴$$

$$\longrightarrow g'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}\right) \times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right)^{-}\right) = -۴\sqrt{۵} \times ۴ \times ۲۴ \longrightarrow \frac{۲۴ \times ۴ \times (-۴\sqrt{۵})}{-۴۸\sqrt{۵}} = ۸$$