پرسمان شمشیری - دوازدهم دختر A

تألیف ۲۴/

(۱)

$f(۳)=۵$

$\text{شیب} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۵-۱}{۳-۰} = \frac{۴}{۳} \rightarrow f'(۳)=\frac{۴}{۳}$

(۲)

$\text{شیب خط مماس} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۲-(-۱)}{۲-(-۱)} = \frac{۱}{۳} \rightarrow$ معادله خط مماس: $y=\frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳}$

$f'(x)=\frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}}=\frac{۱}{۳} \rightarrow ۳a=۲\sqrt{ax-۱} \rightarrow \sqrt{ax-۱}=\frac{۳a}{۲}$

$\frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳}=\sqrt{ax-۱} \rightarrow \frac{x+۴}{۳}=\sqrt{ax-۱} \rightarrow \frac{x+۴}{۳}=\frac{۳a}{۲} \rightarrow ۲x+۸=۹a \rightarrow x=\frac{۹a-۸}{۲}$

$\rightarrow ۳a=۲\sqrt{ax-۱} \rightarrow ۹a^۲=۴(ax-۱) \rightarrow ۹a^۲=۴ax-۴ \xrightarrow{x=\frac{۹a-۸}{۲}} ۹a^۲=۱۸a^۲-۱۴a-۴$

$۹a^۲-۱۴a-۴=۰$

$a=\frac{۱۴\pm\sqrt{۱۴^۲-۴(۴)(۹)}}{۱۸}$

$\rightarrow f(x)=\sqrt{\frac{-۱}{۴}x-۱}$

(۳)

$y=\frac{x^۲+mx+۱}{x+۳} \rightarrow y'=\frac{(۲x+m)(x+۳)-(x^۲+mx+۱)(۱)}{(x+۳)^۲} \xrightarrow{x=۱} \frac{(۲+m)(۴)-(۲+m)}{۱۶}$

$\rightarrow \frac{۳(۲+m)}{۱۶}=\frac{۳m+۶}{۱۶}=\frac{۳}{۴} \rightarrow m+۲=۴ \rightarrow m=۲$

$\rightarrow y=\frac{x^۲+۲x+۱}{x+۳} \xrightarrow{x=۱} y=\frac{۱+۲+۱}{۴}=۱ \rightarrow ۴y-۳x=n \rightarrow ۴-۳=۱ \rightarrow n=۱$

$\rightarrow m+n=۱+۲=۳$

(۴)

$f(x)=\frac{۲۷-\sin^۳x}{۹-\sin^۲x} \rightarrow \frac{(۳-\sin x)(۹+\sin^۲x+۳\sin x)}{(۳-\sin x)(۳+\sin x)}=\frac{\sin^۲x+۳\sin x+۹}{۳+\sin x}$