۶

$g(\sqrt[5]{۲})$: $|x|=x \Rightarrow \sqrt[5]{۲}>۰ \Rightarrow g(x)=\frac{۱}{۲x^{۵}} \Rightarrow g(\sqrt[5]{۲})=\frac{۱}{۲\times ۲}=\frac{۱}{۴}$ / $g'(\sqrt[5]{۲})=-\frac{۵}{۲(\sqrt[5]{۲})^{۹}}$

$=-\frac{۵}{۲.۲^{۹/۵}}$

$f(x)=-(۲x)^{-\frac{۱}{۵}} \Rightarrow f'(x)=\frac{۲}{۵}(۲x)^{-\frac{۶}{۵}} \Rightarrow x=۱/۲ \Rightarrow f'(\frac{۱}{۲})=\frac{۲}{۵}(\frac{۱}{۲})^{-\frac{۶}{۵}}=\frac{۲}{۵}\times ۲^{\frac{۶}{۵}}$

$x>۰$

$\Rightarrow g'(\sqrt[5]{۲})f'(g(\sqrt[5]{۲}))=-۱$

۹

$f(x)=۱+xg(x)$

$g(x)=\frac{f(x)-۱}{x}$ ← صفر را حساب می‌کنیم / نقطه مشتق‌گیر

$\Rightarrow U(x)=\frac{\sin x-۱}{۱+\sin x} \Rightarrow f(x)=U(x)^{۲}$ ← بین

$\rightarrow f'(x)=۲U(x)(\text{بالا})$

$x=۰ \rightarrow \sin ۰=۰ \rightarrow u'(x)=\frac{\cos x(۱+\sin x)-(\sin x-۱)(\cos x)}{(۱+\sin x)^{۲}} \xrightarrow{x=۰} u'(۰)=\frac{۱.۱-(-۱).۱}{۱۲}$

$=۴$

$f'(۰)=۲(-۱)(۲)=-۴ \Rightarrow \lim_{x\to ۰} g(x)=-۴$

۷

پیدا کردن نقطه برخورد: $x^{۲}+۱=۰ \Rightarrow x=\pm\sqrt{-۱}$ ← نقطه‌ای A$(\sqrt{-۱},۰)$, B$(-\sqrt{-۱},۰)$

شیب خط $y=x^{۲}+۱ \rightarrow y'=۲x \Rightarrow$ شیب‌ها: $m_۱=۲\sqrt{-۱}$

$m_۲=-۲\sqrt{-۱}$

شرط عمود $\rightarrow m_۱m_۲=-۱ \Rightarrow (۲\sqrt{-۱})(-۲\sqrt{-۱})=-۱ \Rightarrow c=\frac{۵}{۴}$

فاصله خط از مبدا: $y=c$ خط افقی $\rightarrow |c|=\frac{۵}{۴}$

۸

خط از مبدا $\Rightarrow f'(a)=\frac{f(a)}{a}$ در $x=a$ / $f'(x)=۲(\frac{۱}{۲\sqrt{x}})(۴x^{۲}+۲)+۲\sqrt{x}(۸x)=\frac{۴x^{۲}+۲}{\sqrt{x}}+۱۶x\sqrt{x}$

شرط عمود: $f'(a)=\frac{f(a)}{a} \rightarrow$ ضرب طرفین $\rightarrow \frac{۴a^{۲}+۲}{\sqrt{a}} \Rightarrow \frac{۴a^{۲}+۲}{\sqrt{a}}+۱۶a\sqrt{a}=۲\frac{۲a^{۲}+۲}{\sqrt{a}} \Rightarrow ۱۶a^{۲}=۲ \Rightarrow \boxed{a=\frac{۱}{۲}}$

شیب خط $m=f'(a) \rightarrow m=\frac{۴(\frac{۱}{۲})^{۲}+۲}{\sqrt{\frac{۱}{۲}}}+۱۶(\frac{۱}{۲})(\sqrt{\frac{۱}{۲}})=\boxed{۸\sqrt{۲}} \leftarrow m$

۹

اگر خط در $x=a$ مماس $\Rightarrow f'(a)=\frac{f(a)}{a} \Rightarrow f(x)=\sqrt{x}(-۲x^{۲}+x+۱)^{-۱} \Rightarrow f'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\frac{۱}{-۲x^{۲}+x+۱}-\sqrt{x}\frac{-۴x+۱}{(-۲x^{۲}+x+۱)^{۲}}$

شرط مماس A بودن / پس از ساده‌سازی: $-۴a^{۲}+۲a+۱=۰ \rightarrow a=۱/۲$ ← جواب

عرض نقطه $\rightarrow y_A=f(۱/۲)=\frac{\sqrt{\frac{۱}{۲}}}{-۲(\frac{۱}{۴})+\frac{۱}{۲}+۱}=\frac{۱/\sqrt{۲}}{۱}=\frac{۱}{\sqrt{۲}} \rightarrow y_A=\frac{۱}{\sqrt{۲}}$ ← جواب

۱۰

$g(x)$ در نقطه $\rightarrow g(\frac{\sqrt{۵}}{۲})=\frac{۱}{\sqrt{۵/۴-۱}}=$ ④ ← مشتق‌پذیر

$f(x)=x^{۳}$ / $f(۲^{-})=۱۲$ / $g(x)=(x^{۲}-۱)^{-\frac{۱}{۲}}$ ← از ۲ / $x=\frac{\sqrt{۵}}{۲} \rightarrow g'=-۲\sqrt{۵}$

$x\to ۲^{-} \Rightarrow [x]=۱$

مشتق‌پذیر: $\Rightarrow g(a)$ در $a=۵/۲ \Rightarrow g(a)=۲$ ← تمام صحیح $[g(x)]$

$\rightarrow g'(x)=\frac{-x}{(۴x^{۲}-۱)^{۳/۲}}$ ۱۰

$\rightarrow$ نزدیک $\rightarrow g(x)\to ۲$ در $x\to a^{-} \rightarrow ۲<g(x)<۳ \Rightarrow [g(x)]=۲$ $f(g(x))=(g(x)\cdot ۱)^{۳}=۸g(x)^{۳}$

$g'(a)=a^{۲}-۱=\frac{۳}{۴} \rightarrow =۱/۸ \rightarrow$ مشتق چپ $(f\circ g)'(a)=۹۶(-۴\sqrt{۵})=-۵۷۶\sqrt{۵} \Rightarrow \frac{-۵۷۶\sqrt{۵}}{۶۴\sqrt{۸}}$

$=|\sqrt{۸}| \Leftarrow$ جواب